AKADEMIK LITSEYLARDA KETMA-KETLIK LIMITINI KIRITISHDA «ZINAMA-ZINA» TEXNOLOGIYASI

Ablazova Kamola Saxibovna,
Andijon davlat pedagogika instituti Matematika va informatika kafedrasi dotsenti, (PhD)
E-mail: k.s.ablazova@.gmail.com Tel: +99893 257 12 31
Asqarova Shahnozaxon Erkinjon qizi
Andijon davlat pedagogika universiteti 2-kurs magistri
E-mail: asqarovashahnoza597@gmail.com Tel:+99897 583 70 78

DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.24489792

Annotatsiya. Maqolada akademik litseylarda ketma-ketlik limiti tushunchasini kiritish metodikasi keltirib o‘tilgan bo’lib, limit tushunchasining uch ta’rifi (ε–n_0 tili, atrof va cheksiz kichik ketma-ketlik orqali) keyingi mavzular bilan izchilligi nuqtayi nazaridan tahlil qilinib, tushunchani $\varepsilon - n_0$ ta’rifi bilan kiritish va teoremalar isbotida matematik analiz darsliklariga tayanish tartibi asoslangan. Shu asosda «Zinama-zina» texnologiyasi bo‘yicha kichik guruhlar uchun tarqatma materiallar ishlab chiqildi.

Kalit so‘zlar: ketma-ketlik limiti, ε–n_0 ta’rifi, nuqtaning atrofi, cheksiz kichik ketma-ketlik, yaqinlashuvchi ketma-ketlik, «Zinama-zina» texnologiyasi, kichik guruhlarda ishlash, tarqatma material, o‘qitish metodikasi, akademik litsey.

ТЕХНОЛОГИЯ «СТУПЕНЬКА ЗА СТУПЕНЬКОЙ» ПРИ ВВЕДЕНИИ ПОНЯТИЯ ПРЕДЕЛА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В АКАДЕМИЧЕСКИХ ЛИЦЕЯХ

Аннотация. В статье изложена методика введения понятия предела последовательности в академических лицеях: три определения предела (на языке ε–n₀, через окрестность и через бесконечно малую последовательность) проанализированы с точки зрения согласованности с последующими темами, обоснованы введение понятия с помощью ε–n₀ определения и опора на учебники математического анализа при доказательстве теорем. На этой основе разработаны раздаточные материалы для малых групп по технологии «ступенька за ступенькой».

Ключевые слова: предел последовательности, ε–n_0 определение, окрестность точки, бесконечно малая последовательность, сходящаяся последовательность, технология «ступенька за ступенькой», работа в малых группах, раздаточный материал, методика обучения, академический лицей.

THE “STEP-BY-STEP” TECHNOLOGY IN INTRODUCING THE LIMIT OF A SEQUENCE IN ACADEMIC LYCEUMS

Abstract. The article presents a methodology for introducing the concept of the limit of a sequence in academic lyceums: three definitions of the limit (the ε–n₀ definition, the neighborhood definition and the definition via infinitesimal sequences) are analyzed in terms of their consistency with subsequent topics, and introducing the concept through the ε–n₀ definition while relying on mathematical analysis textbooks for the proofs of theorems is substantiated. On this basis, handouts for small groups based on the “step-by-step” technology were developed.

Keywords: limit of a sequence, $\varepsilon - n_0$ definition, neighborhood of a point, infinitesimal sequence, convergent sequence, “step-by-step” technology, small-group work, handouts, teaching methodology, academic lyceum.

Kirish. Uzluksiz ta’lim tizimini isloh qilish, ta’lim sifatini yangi bosqichga ko‘tarish, ilg‘or pedagogik hamda axborot texnologiyalarini ta’lim jarayoniga keng joriy etish davlat siyosati

darajasiga ko‘tarilgan muhim vazifalardan biridir. Akademik litseylarda matematik tahlil elementlarini o‘rgatish o‘quv jarayonining eng muhim qismlaridan bo‘lib, bu muammo o‘zbek va xalqaro ilmiy adabiyotlarda keng o‘rganilgan [4, 6, 7].

Xorijiy mamlakatlarda matematikani o‘qitishda interfaol metodlar keng tatbiq etilmoqda. Tadqiqotlar ko‘rsatadiki, bunday metodlar o‘quvchilarning mustaqil fikrlash, tahlil qilish va murakkab masalalarni yechish qobiliyatini sezilarli oshiradi, an’anaviy o‘qitish usullari esa mavzuga bo‘lgan qiziqishni kamaytirishi mumkin. «Aqliy hujum», «Zinama-zina», «BBB», «Bumerang» kabi interfaol usullar yordamida matematik analizning haqiqiy son, ketma-ketlik limiti va funksiya limiti tushunchalarini kiritish masalalari [5, 8, 9] ishlarda ko‘rib chiqilgan.

Bilamizki, ketma-ketlik limiti o‘quv adabiyotlarida uch xil ta’riflanadi [1, 2, 3], akademik litseylar uchun yozilgan darslikda tanlangan ta’rif esa interfaol usullarni qo‘llashni ham, keyingi mavzular bilan izchillikni ham qiyinlashtiradi.

Maqolada ketma-ketlik limiti tushunchasini akademik litsey darsligidan farqli ravishda, ε–n_0 tilidagi ta’rif va «Zinama-zina» texnologiyasi asosida kiritish usulini keltirganmiz. Hamda limitning uch ta’rifini taqqoslash; ulardan interfaol usullarga va keyingi mavzularga eng mos keladiganini aniqlash; «Zinama-zina» texnologiyasi uchun tarqatma material namunalarini ishlab chiqganmiz. Biz taklif etgan tarqatma materiallardan o‘qituvchilar dars jarayonida bevosita foydalanishi mumkin.

Asosiy qism. Limitning uch ta’rifi matematik analizga oid darslik va o‘quv qo‘llanmalarda ketma-ketlikning limiti masofa tushunchasiga asoslangan holda «ε–n_0» tilida berilgan [1, 2].

1-ta’rif. $a \in \mathbb{R}$ soni va $\{x_n\}$ ketma-ketlik berilgan bo‘lsin. Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday n_0 natural son mavjud bo‘lsaki, $n > n_0$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha natural sonlar uchun

$$|x_n - a| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a.$$

Limit tushunchasini ikki va ko‘p o‘lchovli ketma-ketliklar uchun umumlashtirish maqsadida atrof tushunchasi orqali ham ta’rif beriladi. Ushbu

$$U_\varepsilon(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\} = (a - \varepsilon;\ a + \varepsilon)$$

to‘plam a nuqtaning ε-atrofi deyiladi.

2-ta’rif. Agar a nuqtaning ixtiyoriy $U_\varepsilon(a)$ atrofi olinganda ham $\{x_n\}$ ketma-ketlikning biror hadidan keyingi barcha hadlari shu atrofga tegishli bo‘lsa, a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

Ikkala ta’rifda ham n_0 natural soni ε ga bog‘liq bo‘ladi. Agar $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ bo‘lsa, $\{x_n\}$ cheksiz kichik ketma-ketlik (cheksiz kichik miqdor) deb ataladi. Bu tushuncha ko‘pgina teoremalarni isbotlashni, misol va masalalarni yechishni osonlashtiradi. Quyidagi tasdiq muhimdir: $\{x_n\}$ ketma-ketlik a limitga ega bo‘lishi uchun $\alpha_n = x_n - a$ ning cheksiz kichik miqdor bo‘lishi zarur va yetarli. Undan foydalanib limitni quyidagicha ham ta’riflash mumkin.

3-ta’rif. $\{x_n\}$ ketma-ketlik va a haqiqiy son berilgan bo‘lsin. Agar $\alpha_n = x_n - a$ ketma-ketlik cheksiz kichik bo‘lsa, a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

Ta’riflarning tahlili. Akademik litseylar uchun yozilgan darslikda [3] ketma-ketlikning limiti 3-ta’rif yordamida berilgan: boshlang‘ich tushunchalardan so‘ng ketma-ketlikning qirqimi tushunchasi yordamida cheksiz kichik ketma-ketlik kiritilgan va uning xossalari isbotlangan. Bu usul ziddiyatsiz, lekin keyingi mavzularda, xususan funksiyaning limiti mavzusida bu tushunchalardan foydalanilmagan. 3-ta’rifning yana bir noqulayligi shundaki, keyinchalik uchraydigan misol, masala va nazariy materiallarni ham shu ta’rif asosida bajarish zarur bo‘ladi; darslikda bunga to‘la erishilgan deb bo‘lmaydi.

Fikrimizcha, tushunchani 1-ta’rif yordamida kiritish interfaol usullarni qo‘llashga ham qulay. Chunki $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlikning ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ da barcha $n > n_0$ lar uchun bajarilishi

$\{x_n\}$ ketma-ketlikning hadlari bilan a son orasidagi masofani xohlagancha kichik qilish mumkinligini, ya’ni x_n nuqtalar borgan sari a ga yaqinlashayotganini bildiradi.

«Zinama-zina» texnologiyasining qo‘llanilishi. Bu texnologiyada mavzu ketma-ket bajariladigan kichik topshiriqlarga «zina»larga ajratiladi va kichik guruhlar ularni tarqatma material asosida bajarib, natijasini taqdim etadi [5]. 1-ta’rifni anglash uchun kichik guruhlarga, masalan, quyidagi savollardan iborat tarqatma materialni berish yetarli:

9. $x_n = \frac{n}{n+1}$ ketma-ketlikning limitini tekislikdagi $(n;\ x_n)$ nuqtalarning joylashishiga qarab toping.

10. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$ tenglikni 1-ta’rif yordamida isbotlang.

Birinchi savolda guruh $n = 1,2,3,5,10$ uchun nuqtalarni yasaydi va ular $y = 1$ to‘g‘ri chiziqqa yaqinlashayotganini ko‘radi. Ikkinchi savolda masofa hisoblanadi:

$$\left|\frac{n}{n+1} - 1\right| = \frac{1}{n+1} < \varepsilon \Leftrightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} - 1.$$

Guruh avval $\varepsilon = 0{,}1$ va $\varepsilon = 0{,}01$ uchun tengsizlik mos ravishda $n > 9$ va $n > 99$ da bajarilishini aniqlaydi, so‘ng ixtiyoriy ε uchun $n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ deb olish yetarli ekanini asoslaydi. Shu tariqa o‘quvchilar n_0 ning ε ga bog‘liqligini o‘zlari kashf etadi.

Agar kichik guruhlar 5 ta bo‘lsa, yana shunday ko‘rinishdagi 4 ta tarqatma material tayyorlanadi; ularda, masalan, $x_n = \frac{1}{n}$, $x_n = \frac{n+1}{n}$, $x_n = \frac{2n+1}{n}$, $x_n = \frac{3n-1}{n}$ ketma-ketliklardan foydalanish mumkin.

3-ta’rifni bu usul bilan anglash ancha qiyin bo‘ladi: bunda 0 nuqtaning ixtiyoriy atrofida $\alpha_n = x_n - a$ ketma-ketlikning qirqimi mavjudligini ko‘rsatish lozim.

Xulosa. Akademik litseyda ketma-ketlik limitini 1-ta’rif ($\varepsilon - n_0$ tili) yordamida kiritish maqsadga muvofiq: u masofa tasavvuriga tayanadi va funksiya limiti mavzusida bevosita davom etadi. 1-ta’rif «Zinama-zina» texnologiyasini qo‘llashga qulay: ikki savoldan iborat tarqatma material o‘quvchini grafik kuzatishdan ta’rif bo‘yicha isbotga olib chiqadi. 3-ta’rif uchun bunday ishni tashkil etish ancha qiyin. Xossalar va teoremalarni isbotlash talab qilinganda matematik analiz kursi darsliklariga [1, 3] murojaat etish ishni osonlashtiradi; shunda keyingi tushunchalarni kiritishda ham ziddiyat paydo bo‘lmaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz. 1-qism. – Toshkent: O‘qituvchi, 1994.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. – Москва: Физматлит, 2003.
3. Abduhamidov A.U., Nasimov H.A., Nosirov U.M., Husanov J.H. Algebra va matematik analiz asoslari. I qism. Akademik litseylar uchun darslik. – Toshkent: O‘qituvchi, 2008.
4. Alixonov S. Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent: Cho‘lpon, 2011.
5. Tolipov O‘., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari. – Toshkent: Fan, 2006.
6. Tall D., Vinner S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity // Educational Studies in Mathematics. – 1981. – Vol. 12, No. 2. – P. 151–169.
7. Cornu B. Limits // Tall D. (ed.) Advanced Mathematical Thinking. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. – P. 153–166.
8. Ablazova K., Asqarova Sh. Akademik litseylarda matematik tahlil elementlarini o‘rganishda yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanish // Taraqqiyot spektri. – 2026. – Vol. 2, № 7. – B. 40–46.
9. Ablazova K.S., Asqarova Sh.E. Haqiqiy son tushunchasini kiritishda interfaol dars ishlanmalari // Pedagogik mahorat. – Buxoro: BuxDU, 2026. – № 10. – B. 33–39.