

KO‘P O‘LCHAMLI GEOMETRIK MASALALARNI YECHISH USULLARI

Turdimurotova Nilufar Jumma qizi

Erkin tadqiqotchi

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.23254070>

Annotatsiya. Mazkur tezisda ko‘p o‘lchamli geometrik masalalarni yechishning asosiy usullari va matematik asoslari yoritiladi. Ko‘p o‘lchamli geometriya uch o‘lchamli fazoda shakllangan geometrik tushunchalarni umumlashtirish orqali o‘rganiladi. Bunda nuqta, vektor, masofa, skalyar ko‘paytma, perpendikulyarlik va geometrik obyektlarning o‘zaro joylashuvi kabi tushunchalar muhim ahamiyatga ega. n -o‘lchamli Evklid fazosida nuqtalar va vektorlarni koordinatalar yordamida ifodalash murakkab geometrik masalalarni algebraik ko‘rinishga keltirish imkonini beradi. Tezisda ikki nuqta orasidagi masofani aniqlash, vektorlar bilan amallar bajarish va ikki vektor orasidagi burchakni topish kabi masalalarning umumiy yechim tamoyillari ko‘rib chiqiladi. Ko‘p o‘lchamli fazoda masofa va vektor uzunligini aniqlashda Evklid normasi hamda skalyar ko‘paytmadan foydalanish mumkin.

Kalit so‘zlar: ko‘p o‘lchamli geometriya, geometrik masala, Evklid fazosi, vektor, koordinata, skalyar ko‘paytma, masofa, norma, burchak, matematik modellashtirish.

Аннотация. В тезисе рассматриваются основные методы и математические основы решения многомерных геометрических задач. Многомерная геометрия изучается посредством обобщения геометрических понятий, сформированных в трехмерном пространстве. Важное значение имеют понятия точки, вектора, расстояния, скалярного произведения, перпендикулярности и взаимного расположения геометрических объектов. Представление точек и векторов n -мерного евклидова пространства с помощью координат позволяет переводить сложные геометрические задачи в алгебраическую форму. Рассматриваются общие принципы определения расстояния между двумя точками, выполнения операций над векторами и нахождения угла между двумя векторами.

Ключевые слова: многомерная геометрия, геометрическая задача, евклидово пространство, вектор, координаты, скалярное произведение, расстояние, норма, угол, математическое моделирование.

Abstract. This thesis discusses the main methods and mathematical foundations for solving multidimensional geometric problems. Multidimensional geometry can be studied by generalizing geometric concepts developed in three-dimensional space. Important concepts include points, vectors, distance, dot product, perpendicularity, and the relative position of geometric objects. Representing points and vectors in an n -dimensional Euclidean space by coordinates makes it possible to transform complex geometric problems into algebraic form. The thesis considers general methods for determining the distance between two points, performing vector operations, and finding the angle between two vectors.

Keywords: multidimensional geometry, geometric problem, Euclidean space, vector, coordinates, dot product, distance, norm, angle, mathematical modeling.

Hozirgi zamon matematikasida geometriya tushunchasi faqat tekislik yoki uch o‘lchamli fazo bilan chegaralanmaydi. Turli matematik va amaliy masalalarda n -o‘lchamli fazolarni o‘rganishga ehtiyoj tug‘iladi. Xususan, chiziqli algebra, matematik modellashtirish, kompyuter

28.09.2026

grafikasi, ma’lumotlarni tahlil qilish va boshqa yo‘nalishlarda ko‘p o‘lchamli fazo tushunchalaridan foydalaniladi. n-o‘lchamli Evklid fazosi n ta haqiqiy koordinatadan tashkil topgan vektorlar orqali ifodalanishi mumkin.

Ko‘p o‘lchamli geometrik masalalarni yechishda asosiy maqsad murakkab geometrik munosabatlarni matematik formulalar yordamida ifodalashdan iborat. Bunda koordinata va vektor usullari muhim o‘rin tutadi.

Ko‘p o‘lchamli fazoda nuqta quyidagi ko‘rinishda beriladi:

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n).$$

Ikki nuqta

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

va

$$B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

berilgan bo‘lsa, ular orasidagi Evklid masofasi quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$d(A, B) = \sqrt{[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \dots + (a_n - b_n)^2]}.$$

Mazkur formula uch o‘lchamli geometriyadagi masofa formulasining umumlashgan ko‘rinishidir. Uch o‘lchamli fazoda ikki nuqta orasidagi masofa aynan uchta koordinata ayirmasining kvadratlari yig‘indisidan foydalanib aniqlanadi.

Ko‘p o‘lchamli geometriyada vektor tushunchasi ham asosiy vositalardan biridir. Agar

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

va

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

vektorlar berilgan bo‘lsa, ularning skalyar ko‘paytmasi:

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

formula orqali aniqlanadi. Skalyar ko‘paytma yordamida vektorlarning uzunligi, ular orasidagi burchak va perpendikulyarlik holatini aniqlash mumkin.

Vektorning uzunligi yoki Evklid normasi:

$$|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

ko‘rinishida ifodalanadi.

Agar ikki vektor o‘zaro perpendikulyar bo‘lsa, ularning skalyar ko‘paytmasi nolga teng:

$$a \cdot b = 0.$$

Ikki vektor orasidagi burchakni aniqlash uchun esa:

$$\cos \alpha = (a \cdot b) / (|a| \cdot |b|)$$

formulasidan foydalaniladi.

Bu formulalar ko‘p o‘lchamli geometrik masalalarni yechishda asosiy matematik vositalardan hisoblanadi.

Ko‘p o‘lchamli geometrik masalalarni yechishda koordinata va vektor usullaridan foydalanish samarali matematik yondashuv hisoblanadi. Nuqta, vektor, masofa, norma, skalyar ko‘paytma va burchak kabi tushunchalar n-o‘lchamli Evklid fazosida aniq formulalar orqali ifodalanadi.

Ko‘p o‘lchamli geometriyani o‘rganishda uch o‘lchamli geometriyada shakllangan bilimlarni umumlashtirish o‘quvchi va tadqiqotchiga murakkab masalalarni bosqichma-bosqich tushunish imkonini beradi. Ayniqsa, koordinatalar sonining ortishi bilan geometrik formulalarning asosiy matematik mazmuni saqlanib qolishi muhim ahamiyatga ega. Shunday qilib, ko‘p o‘lchamli geometrik masalalarni yechish jarayonida geometrik tasavvur, algebraik hisoblash va vektor usullarining uyg‘unligi muhim natija beradi. Ushbu yondashuv matematik

28.09.2026

abstraksiyani rivojlantirish, murakkab masalalarni modellashtirish va umumiy matematik qonuniyatlarni aniqlash uchun keng imkoniyat yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Liberti L., Lavor C. Euclidean Distance Geometry: An Introduction. — Cham: Springer, 2017.
2. Sharipov R. Course of Linear Algebra and Multidimensional Geometry. — 2004.
3. OpenStax. Calculus Volume 3. Chapter 2: Vectors in Three Dimensions. — Rice University.
4. MIT OpenCourseWare. Calculus with Applications: Vectors, Dot Products, Matrix Multiplication and Distance. — Massachusetts Institute of Technology.
5. University of Toronto. The Geometry of Euclidean Space. — Department of Mathematics.
6. Lehmann E. Multidimensional Geometry. — University of Eastern Finland.
7. Coxeter H. S. M. Introduction to Geometry. — Wiley.