

MAKSVELL-BOLTSMAN TAQSIMOTI ASOSIDA SAYYORA
ATMOSFERALARI DISSIPATSIYASI TAHLILI

Xudoyberdiyeva Malika

O‘zbekiston Milliy universiteti dotsent v.b.

E-mail: xudoyberdiyeva94@inbox.ru

Quvondiqova Nozima

O‘zbekiston Milliy universiteti 3-kurs talabasi

E-mail: quvondiqovanozimaxon011@gmail.com

Eshmo‘minov Aziz

O‘zbekiston Milliy universiteti 3-kurs talabasi

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.21058791>

Annotatsiya: Ushbu maqolada ekzosfera zarralarining qochishi asosiy jismning massasi, radiusi, sirt harorati hamda zarralarning massasi va tezlik Maksvel-Boltsman taqsimoti funksiyasi sifatida o‘rganilgan. Yer, Mars va Oy misolida vodorod va kislorod gazlarining koinotga qochib ketish(dissipatsiya) jarayonlarini matematik modellashtirilgan. Tadqiqotda gaz molekularining issiqlik harakati natijasida hosil bo‘ladigan tezliklar taqsimoti va sayyoralarining ikkinchi kosmik tezligi orasidagi bog‘lanish o‘rganilgan. Hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, $\frac{v_{esc}}{v_m}$ nisbatning kritik qiymatidan kichik bo‘lishi atmosferaning yo‘qolishiga sabab bo‘laadi. Tadqiqot sayyoralar, yo‘ldoshlar va kichik uchuvchi jismlardan uchuvchi moddalarning uzoq muddatli yo‘qolishni tushunishga yordam beradi. Maqsad qaysi sharoitda va qaysi massa uchun zarralar bog‘langan holatda qolishi yoki qochib ketishini aniqlashdir.

Kalit so‘zlar: Maksvel-Boltsman taqsimoti, ikkinchi kosmik tezlik, atmosfera dissipatsiyasi, Jeans escape, ehtimoliy zichlik, molekulyar kinetik nazariya

Abstract: This paper investigates the escape of exospheric particles as a function of the primary body’s mass, radius, surface temperature, particle mass, and the Maxwell-Boltzmann velocity distribution. The processes of hydrogen and oxygen dissipation into outer space are mathematically modeled using Earth, Mars, and the Moon as case studies. The study explores the relationship between the thermal velocity distribution of gas molecules and the escape velocity of the planets. Calculations demonstrate that a ratio of $\frac{v_{esc}}{v_m}$ below the critical value leads to atmospheric loss. This research contributes to a better understanding of the long-term loss of volatiles from planets, satellites, and small celestial bodies. The primary objective is to determine the conditions under which particles remain gravitationally bound or escape into space.

Keywords: Maxwell-Boltzmann distribution, escape velocity, atmospheric dissipation, Jeans escape, probability density, molecular-kinetic theory

Аннотация: В данной статье исследуется процесс диссипации частиц экзосферы как функция массы, радиуса, температуры поверхности основного тела, а также массы частиц и распределения Максвелла-Больцмана. На примере Земли, Марса и Луны математически смоделированы процессы утечки водорода и кислорода в космическое пространство. Изучена связь между распределением скоростей теплового движения молекул и второй космической скоростью планет. Расчеты показывают, что падение отношения $\frac{v_{esc}}{v_m}$ ниже критического значения приводит к потере атмосферы. Работа помогает понять долгосрочную потерю летучих веществ небесными телами.

Ключевые слова: распределение Максвелла-Больцмана, вторая космическая скорость, диссипация атмосферы, убегание Джинса, плотность вероятности, молекулярно-кинетическая теория

Kirish. Atmosfera sayyoraning evolyutsion jarayonlarda markaziy o‘rin tutadi. Nima uchun Yer boy atmosferaga ega, ammo Oyda u deyarli mavjud emas? Bu savolga javob berish uchun biz molekularning tartibsiz issiqlik harakatini tavsiflovchi Maksvel-Boltsman taqsimotini

o‘rganishimiz kerak Sayyora nima uchun ma’lum gazlarni ushlab qolishi yoki yo‘qotishini tushunish uchun molekulyar-kinetik nazariyaga murojaat qilish lozim. Ushbu ishda molekulalarning issiqlik harakati natijasida hosil bo‘ladigan tezliklar taqsimoti va sayyoralarning gravitatsiyaviy maydoni o‘rtasidagi muvozanat o‘rganiladi. Tadqiqotning maqsadi Yer, Mars va Oy misolida turli gazlarning saqlanish muddatlarini o‘zaro qiyoslashdir.

Gaz molekulalarining tezlik bo‘yicha taqsimoti **Maksvel Boltsman** funksiyasi orqali ifodalanadi:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (1)$$

Sayyoradan qochish uchun zarur bo‘lgan ikkinchi kosmik tezlik:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (2)$$

Atmosferaning barqarorlik mezsoni (λ) va qochish qoimi koeffitsiyenti (η):

$$\lambda = \frac{v_{esc}}{v_m}, \eta \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda e^{-\lambda^2} \quad (3)$$

Bu yerda m -molekula massasi, k -Boltsman doimiysi, T -mutloq harorat, M -sayyora massasi, v_m -molekulalarning eng katta ehtimoliy tezligi.

Birinchi bo‘lib v_m -ni topib olish kerak. Buning uchun (1)-ifodaning birinchi tartibli hosilasini nolga tenglaymiz $f'(v) = 0$ soddalik uchun $A = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}$ belgilash kiritamiz. Natijada biz ushbu ifodaga ega bo‘lamiz:

$$2Ave^{-\frac{mv^2}{2kT}} - A \frac{mv^3}{2kT} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} = 0$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad (4)$$

4-topilgan ifodadan foydalanib molekulalarning atmosferani tark etishi yoki etmasligini aniqlashimiz mumkin. Bunning uchun λ koeffitsiyentdan foydalanamiz. Ma’lum bo‘lishicha $\lambda \leq 6$ dan kichik bo‘lsa atmosferdan doimiy ravishda molekular uchib ketadi. Agarda $\lambda \geq 6$ dan katta bo‘lsa atmosferda saqlanib qoladi. Berilgan bog‘lanishga Jeans kriteriyasi deyiladi. Olingan ifodalardan foydalanib Yer, Mars va Oy atmosferalaridan vodorod va kislorod gazlari uchun qarab chiqadigan bolsak. Bundan biz nima uchun Marsda suv yo‘qligi va Oyda nega atmosfera mavjuda emas? degan savollarga javob olamiz. Olingan ifodalar natijalarini quyida ko‘rishingiz mumkin:

Sayyora Nomi	Tadqiqot o‘tkazilgan gaz nomi	Tempertura(K)	v_m (km/s)	v_{esc} (km/s)	λ
Yer	Vodorod(H_2)	1000	2.87	11.89	3.89
Yer	Kislorod(O_2)	1000	0.72	11.89	15.52
Mars	Vodorod(H_2)	300	1.57	5.03	3.20
Oy	Vodorod(H_2)	400	1.81	2.38	1.31

Jadvaldan ko‘rishimiz mumkinki Oy uchun $\lambda = 1.31$ bu esa oy ning atmosferasidan vodorod molekulalarining saqlanib qolmasligini bildiradi. Marsda esa suvning yo‘qligiga sabab suv tarkibida vodorod molekulasini bor bu esa juda katta vaqt mobaynida uning okeanlarni qurishiga olib kelgan. Endi ushbu natija asosida molekulalar oqimini qanday qiymatlarini ko‘rib chiqsak. Taqsimot funksiyasini v_{esc} dan ∞ integrallaymiz:

$$\eta = \int_{v_{esc}}^{\infty} 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

Integralni hisoblashda soddalik uchun $x = \frac{v_{esc}}{v_m}$ deb olamiz. Unda ushbu ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\eta = \frac{4}{\pi} \int_{v_{esc}}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$$

Integralni yechadigan bo‘sak ushbu ifodaga ega bo‘lamiz:

$$\eta \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda e^{-\lambda^2}$$

Ushbu asimptotik yaqinlashi uslubidan foydalanib topildi ifodani $\lambda > 3$ dan katta qiymatlarida foydalanish mumkin. Jadvaldan esa bu ifoda Oy uchun kichik xatolik keltirib chiqaradi shuning uchun quyidagi ifodadan foydalanamiz:

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda e^{-\lambda^2} + (1 - \text{erf}(\lambda))$$

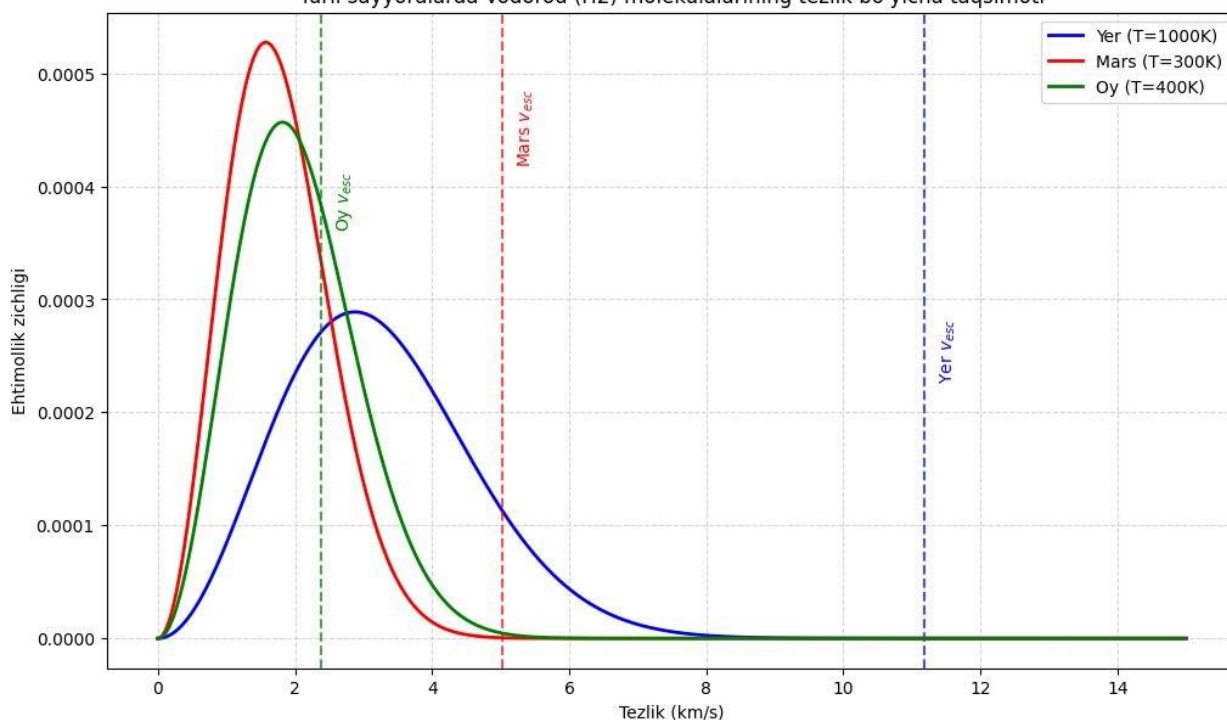
Bu yerda $\text{erf}(\lambda)$ – xatolar funksiyasi. $\lambda = 1.31$ da $\text{erf}(1.31) \approx 0.93$

Hisoblashlardan keyin quyidagi jadvalga ega bo‘lamiz:

	Yer(H_2)	Yer(O_2)	Mars(H_2)	Oy(H_2)
η	0.001043	0	0.00135	0.34

Taqsimot funksiyasini grafikda qarab chiqsak bo‘ladi.

Turli sayyoralarda Vodород (H_2) molekularining tezlik bo‘yicha taqsimoti



1-rasm Yer, Mars va Oy uchun taqsimot grafigi

Grafikdan ko‘rinib turibdiki, vodorod uchun Yerning qochish tezligi taqsimotning o‘ngrogida joylashgan. Biz hisoblagan $\eta=0.001043$ qiymat molekularning kichik bir qismi ddoimiy ravishda koinotga chiqib ketayotganini isbotlaydi.

Oy: Oyda $v_{esc} = 2.38 \frac{km}{s}$ bo‘lgani uchun, vodorod va geliy kabi gazlar har qanday haroratda ham qochib ketadi.

Yer: Yer massasidagi jismlar vodorod (H_2) va geliy (He) dan tashqari barcha gazlarni juda yaxshi ushlab qoladi. Vodorodning koinotga uchub chiqishi qanchalik xavfli? Bu savolga javob berishda vaqtning qanday intervaliga qarab chiqishga bog‘liq qisqa vaqt intervalida bu unchalik xavf tug‘dirmaydi, lekin juda katta vaqt intervalidan so‘ng Marsdagi holat yuz berishi mumkin.

Hozirda korxonalar, issiqxonalar va boshqa manbalar atmosferaning haroratini ko‘tarilishiga olib kelmoqda bu esa o‘z navbatida jarayonni tezlashtiradi.

Xulosa

Maqola shuni isbotlaydiki, atmosferaning saqlanishi faqat sayyora massasiga emas, balki ekzosfera haroratiga bog‘liq. Radiusi 3000 km dan kichik bo‘lgan jismlar (masalan, Oy yoki asteroidlar) o‘z atmosferasini tez yo‘qotadi, chunki ulardagi λ koeffitsiyenti kritik qiymatdan past.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Saveliev I.V. "Umumiy fizika kursi", 1-tom. Toshkent, 2002.
2. Zaninetti L. "The Truncated Maxwell-Boltzmann Distribution". Journal of High Energy Physics, 2020.
3. Kikoin A.K., Kikoin I.K. "Molekulyar fizika". Toshkent, 19784.
4. NASA Planetary Fact Sheet: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>