

## FUNKSIYA GRAFIGINI TURLI KOORDINATALAR SISTEMASIDA YASASH METODIKASI

**Toshpulatov Suxrob**

Jizzax davlat pedagogika universiteti

Aniq fanlar fakulteti matematika va informatika yo‘nalishi 113-22-guruh talabasi

**DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.20580059>**

*Annotatsiya:* Ushbu maqola funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida qurish metodikasiga bag‘ishlangan. Matematik tushunchalarni chuqur o‘zlashtirishda vizualizatsiyaning ahamiyati katta. Maqolada Dekart, qutb va parametrik koordinata sistemalarida funksiya grafiklarini qurishning o‘ziga xos xususiyatlari va usullari tahlil qilinadi. O‘qitish jarayonida ushbu metodikalarni qo‘llash orqali talabalarning fazoviy tasavvuri va analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantirish yo‘llari ko‘rsatilgan. Maqsad – murakkab funksiyalarni turli nuqtai nazardan tushunishni osonlashtiradigan samarali o‘qitish yondashuvlarini taklif qilish.

*Kalit so‘zlar:* funksiya grafigi, koordinata sistemalari, dekart koordinatalari, qutb koordinatalari, parametrik funksiyalar, vizualizatsiya, o‘qitish metodikasi, matematik ta’lim

## МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ФУНКЦИИ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ

*Аннотация:* Данная статья посвящена методике построения графиков функций в различных системах координат. В процессе глубокого усвоения математических понятий важную роль играет визуализация. В статье анализируются особенности и методы построения графиков функций в декартовой, полярной и параметрической системах координат. Показаны пути развития пространственного воображения и аналитического мышления студентов посредством применения данных методик в учебном

*процессе. Цель исследования — предложить эффективные подходы к обучению, способствующие более глубокому пониманию сложных функций с различных точек зрения.*

***Ключевые слова:** график функции, системы координат, декартовы координаты, полярные координаты, параметрические функции, визуализация, методика обучения, математическое образование*

## **METHODS FOR PLOTTING FUNCTION GRAPHS IN VARIOUS COORDINATE SYSTEMS**

***Abstract:** This article explores the methodology for constructing function graphs in various coordinate systems. Effective visualization is crucial for a profound understanding of mathematical concepts. It analyzes the specific characteristics and techniques for plotting function graphs in Cartesian, polar, and parametric coordinate systems. The paper demonstrates how applying these methodologies in the educational process can enhance students' spatial reasoning and analytical thinking skills. The aim is to propose effective pedagogical approaches that simplify the comprehension of complex functions from multiple perspectives.*

***Keywords:** function graph, coordinate systems, cartesian coordinates, polar coordinates, parametric functions, visualization, teaching methodology, mathematics education*

Matematika va uning amaliy qo'llanish sohalarida funksiyalarni vizualizatsiya qilish, ularning xususiyatlarini geometrik talqin qilish muhim ahamiyat kasb etadi. Funksiya grafigi uning xatti-harakatini, o'zgarish tendensiyalarini va asosiy nuqtalarini aniq tasvirlash imkonini beruvchi asosiy vositadir. Ushbu grafik tasvirlar nafaqat nazariy tushunchalarni chuqurlashtirishga yordam beradi, balki muhandislik, fizika, iqtisodiyot va kompyuter grafikasi kabi turli fan sohalarida murakkab muammolarni hal qilishda ham fundamental rol o'ynaydi. Funksiyalar va ularning grafiklari o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganish uchun koordinata sistemalari asosiy poydevor bo'lib xizmat qiladi.

Koordinata sistemalari nuqtalarning fazodagi o‘rnini aniq belgilash va geometrik shakllarni algebraik ifodalar orqali tasvirlash imkonini beradi. Ular orasida Rene Dekart tomonidan 1637-yilda kiritilgan Dekart koordinata sistemasi fundamental asosni ta’minlaydi. Ushbu sistema to‘g‘ri chiziq, tekislik yoki uch o‘lchamli fazodagi nuqtalarning holatini aniqlash uchun asosiy vosita hisoblanadi. Uning mohiyati bitta belgilangan nuqta, ya’ni koordinata boshi (origin) da kesishadigan o‘qlardan tashkil topganligidadir. Ikki o‘lchamli ilovalar uchun ikkita, uch o‘lchamli fazo uchun esa uchta o‘qdan foydalaniladi. Koordinata o‘qlari bo‘ylab belgilangan uzunlik birliklari doimiy ravishda teng bo‘lishi uning o‘ziga xos xususiyatidir. Ko‘pincha "Dekart koordinata sistemasi" deganda o‘zaro perpendikulyar bo‘lgan o‘qlarga ega to‘g‘ri burchakli Dekart koordinata sistemasi tushuniladi. Umuman olganda, o‘qlar shartli ravishda ortogonal bo‘lmagan kengroq Dekart sistemasi affin koordinata sistemasi sifatida tan olinadi.

Biroq, funksiyalarning murakkab tabiatini to‘liq aks ettirish va ularning xususiyatlarini samaraliroq tahlil qilish uchun Dekart sistemasidan tashqari qutbiy, parametrik va boshqa turdagi koordinata sistemalaridan foydalanish zarurati tug‘iladi. Har bir koordinata sistemasi ma’lum turdagi funksiyalarni tasvirlashda o‘ziga xos afzalliklarga ega bo‘lib, ularning geometrik xususiyatlarini yanada aniqroq ochib beradi. Ushbu maqolaning maqsadi funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasashning metodologik asoslarini chuqur o‘rganish, ularning o‘ziga xos jihatlarini tahlil qilish va amaliy qo‘llanilishini ko‘rsatishdan iborat. Bu esa talabalar va tadqiqotchilar uchun funksional tahlil va geometrik modellashtirish sohasidagi bilimlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

Funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasi bo‘yicha olib borilgan ilmiy tadqiqotlar va pedagogik ishlanmalar so‘nggi yillarda sezilarli darajada kengayib bormoqda. Bu esa zamonaviy ta’lim jarayonida vizualizatsiya vositalarining ahamiyati ortib borayotganligi, shuningdek, amaliy fanlarda murakkab hodisalarni modellashtirish zarurati bilan bog‘liqdir. Ushbu bo‘limda funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash

metodologiyasiga bag'ishlangan eng yangi adabiyotlar tahlil qilinadi, ularning asosiy yondashuvlari, erishilgan natijalari va mavjud bo'shliqlar ko'rib chiqiladi.

Umumiy yondashuvlar va pedagogik jihatlar. Funksiyalarni vizuallashtirish matematik ta'limning ajralmas qismi bo'lib, talabalarning mavhum tushunchalarni konkretlashtirishiga yordam beradi. A. R. Xoliqov va G. M. Sobirova (2022) o'zlarining "Oliy matematikada funksiyalar grafiklarini o'qitishning innovatsion metodlari" nomli ishlarida, Dekart koordinata sistemasida funksiya grafiklarini yasashda an'anaviy yondashuvlarning cheklovlarini ko'rsatib, zamonaviy pedagogik texnologiyalarni joriy etish zaruratini ta'kidlaydilar. Ular grafik yasash jarayonida interfaol usullardan foydalanish, xususan, talabalarning mustaqil izlanishini rag'batlantirish orqali mavzuni chuqurroq o'zlashtirishga erishish mumkinligini ko'rsatadilar. Mualliflar, ayniqsa, funksiyaning xususiyatlarini (aniqlanish sohasi, qiymatlar sohasi, monotonlik, ekstremumlar, asimptotalar) grafik bilan bog'liq holda tahlil qilishning muhimligini qayd etadilar. J. M. Abdug'aniyev va S. R. To'rayeva (2021) esa oliy ta'limda funksiya grafiklarini o'qitishda interfaol metodlarning ahamiyatini o'rganib, talabalarning faolligini oshirish, ularda tanqidiy fikrlash va muammolarni yechish ko'nikmalarini rivojlantirishda grafik vizualizatsiyaning rolini yoritib berganlar. Ular, ayniqsa, turli koordinata sistemalarida bir funksiyaning turli xil ko'rinishlarini taqqoslash orqali talabalarda kengroq tasavvur hosil qilish mumkinligini ta'kidlaydilar.

Qutbiy koordinatalar sistemasida grafik yasash metodikasi. Dekart koordinata sistemasi ko'plab funksiyalar uchun universal bo'lsa-da, ba'zi geometrik shakllar va hodisalar qutbiy koordinatalarda ancha sodda va tushunarli tarzda ifodalanadi. D. S. Ergashyev va Z. T. Qodirova (2021) "Qutbiy koordinatalar sistemasida murakkab funksiyalarni vizuallashtirish metodikasi" nomli tadqiqotlarida qutbiy koordinatalarda funksiya grafiklarini yasashning o'ziga xos jihatlarini atroflicha tahlil qilganlar. Ular qutbiy funksiyalarning (masalan, kardioidlar, lemniskatalar, gullar) simmetriya xususiyatlarini aniqlash, qutbiy o'q bilan kesishish nuqtalarini topish va funksiyaning  $r(\theta)$  qiymatlari o'zgarishini tahlil qilish orqali grafikni aniqroq yasash metodikasini taklif etadilar. Shuningdek, ular qutbiy

koordinatalarning fizikada (masalan, orbitalar harakati, to‘lqinlarning tarqalishi) va muhandislikda (masalan, antenna diagrammalari) qo‘llanilishini ko‘rsatib, ushbu sistemani o‘rganishning amaliy ahamiyatini asoslaydilar. Mualliflar qutbiy koordinatalarda grafik yasashda burchak ( $\theta$ ) va radius ( $r$ ) o‘rtasidagi bog‘liqlikni intuitiv tushuntirish uchun vizual yordamchi materiallardan foydalanishni tavsiya etadilar.

Parametrik funksiyalar va ularning grafiklari. Parametrik funksiyalar harakatni, murakkab egri chiziqlarni va yopiq shakllarni tasvirlashda katta afzalliklarga ega. M. N. Ismoilov va L. A. Rustamova (2023) "Parametrik funksiyalar grafiklarini kompyuterda modellashtirish va tahlil qilish" asarlarida parametrik funksiyalarning nazariy asoslarini va ularni kompyuter yordamida vizuallashtirish metodikasini chuqur o‘rganganlar. Ular parametrik funksiyalar uchun grafik yasashda parametrning ( $t$ ) o‘zgarish oralig‘i, yo‘nalishi va tezligining grafik shakliga ta’sirini tahlil qilishning muhimligini ta’kidlaydilar. Tadqiqotchilar parametrik funksiyalar yordamida sikloidlar, astroidlar, Lissajous egri chiziqlari kabi murakkab shakllarni qanday yasashni batafsil ko‘rsatib berganlar. Shuningdek, ular parametrik funksiyalarning mexanika, robototexnika va kompyuter grafikasi (masalan, Bezier egri chiziqlari, splinlar) sohalarida keng qo‘llanilishini misollar bilan asoslaganlar. Bu ishda parametrik funksiyalarning vektor funksiyalar bilan bog‘liqligi ham ko‘rib chiqilib, ularning fazoviy egri chiziqlarni tasvirlashdagi roli yoritilgan.

Koordinata sistemalari orasidagi konvertatsiya va taqqoslama tahlil. Turli koordinata sistemalarida funksiya grafiklarini yasash metodikasini o‘rganish, shuningdek, ular orasidagi bog‘lanishlarni va konvertatsiya usullarini tushunishni ham o‘z ichiga oladi. S. J. Olimov va F. K. G‘aniyeva (2020) "Turli koordinata sistemalari orasidagi konvertatsiyaning pedagogik jihatlari" nomli maqolalarida Dekart, qutbiy va parametrik koordinatalar orasidagi o‘tish formulalarini o‘rganishning didaktik ahamiyatini tahlil qilganlar. Ular bir funksiyaning turli sistemalardagi ifodalarini taqqoslash orqali talabalarning analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantirish mumkinligini ko‘rsatadilar. Mualliflar, xususan, ba’zi

funksiyalar bir sistemada juda murakkab ko‘rinsa-da, boshqa bir sistemada ancha sodda ifodalanishini misollar bilan tushuntiradilar. Bu esa talabalarga muammoni yechish uchun eng qulay koordinata sistemasini tanlash ko‘nikmasini shakllantirishga yordam beradi. Ular konvertatsiya jarayonini vizualizatsiya qilish uchun dinamik dasturiy ta‘minotdan foydalanishning samaradorligini ham ta‘kidlaydilar.

Zamonaviy dasturiy ta‘minotning roli. So‘nggi yillarda funksiya grafiklarini yasash va tahlil qilishda zamonaviy dasturiy ta‘minot vositalarining roli keskin oshdi. N. A. Valiev va K. B. Mirzayev (2022) "Dasturiy ta‘minot yordamida funksiya grafiklarini dinamik vizuallashtirishning samaradorligi" nomli tadqiqotlarida GeoGebra, Desmos, MATLAB va Python (Matplotlib kutubxonasi) kabi dasturlarning funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash va ularni interfaol tahlil qilishdagi imkoniyatlarini o‘rganganlar. Ular ushbu dasturlarning talabalarga funksiya parametrlarining grafik shakliga ta‘sirini real vaqt rejimida kuzatish, turli sistemalarda grafiklar o‘rtasidagi farqlarni tushunish va murakkab funksiyalarni o‘rganishda qanday yordam berishini ko‘rsatib berganlar. Mualliflar dasturiy ta‘minotdan foydalanishning o‘qitish samaradorligini oshirish, talabalarining motivatsiyasini kuchaytirish va ularda kompyuter savodxonligini rivojlantirishdagi ahamiyatini alohida qayd etadilar. Shuningdek, ular dasturiy ta‘minotdan foydalanishda yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan metodik muammolar va ularni hal qilish yo‘llari bo‘yicha tavsiyalar berganlar.

Amaliy qo‘llanishlar va fanlararo integratsiya. Funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasi nafaqat sof matematikada, balki fizika, muhandislik, iqtisodiyot va kompyuter grafikasi kabi ko‘plab amaliy fanlarda ham keng qo‘llaniladi. R. I. Ahmedov va Sh. U. Saidova (2023) "Muhandislik grafikasi va funksional tahlilda koordinata sistemalarining qo‘llanilishi" nomli ishlarida turli koordinata sistemalarining muhandislik masalalarini yechishdagi ahamiyatini tahlil qilganlar. Ular, masalan, samolyot yoki kemaning harakatini tasvirlashda qutbiy koordinatalarning qulayligi, robot manipulyatorlarining harakatini modellashtirishda parametrik funksiyalarning samaradorligi va kompyuter

yordamida loyihalash (CAD) tizimlarida turli koordinata sistemalarining integratsiyasini ko'rsatib berganlar. Tadqiqotchilar funksional tahlilning amaliy masalalarni hal qilishdagi rolini yoritib, talabalarga nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq etish ko'nikmalarini shakllantirishning muhimligini ta'kidlaydilar. Ushbu ishda, shuningdek, ma'lumotlarni vizuallashtirishda turli koordinata sistemalaridan foydalanishning afzalliklari va kamchiliklari ham ko'rib chiqilgan.

Tadqiqotlardagi bo'shliqlar va kelajak istiqbollari. Mavzuga oid adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasi bo'yicha sezilarli ishlar qilingan bo'lsa-da, hali ham bir qator bo'shliqlar mavjud. Masalan, turli koordinata sistemalarida bir funksiyaning grafikini taqqoslama tahlil qilishning pedagogik samaradorligini chuqurroq o'rganish, talabalarning tushunish darajasiga ta'sirini aniqlash bo'yicha empirik tadqiqotlar yetarli emas. Shuningdek, murakkab funksiyalarni (masalan, kompleks o'zgaruvchili funksiyalar, ko'p o'lchovli funksiyalar) turli koordinata sistemalarida vizuallashtirish metodikasi va ularni o'qitish bo'yicha tadqiqotlar kam. Zamonaviy dasturiy ta'minotning imkoniyatlaridan to'liq foydalanish, ayniqsa, sun'iy intellekt va mashinani o'rganish texnologiyalarini funksiya grafiklarini avtomatik tahlil qilish va optimallashtirishga tatbiq etish bo'yicha izlanishlar kelajakda muhim ahamiyat kasb etadi. Interfaol o'quv materiallari va virtual reallik (VR) texnologiyalarini funksiya grafiklarini o'rganish jarayoniga integratsiya qilish ham istiqbolli yo'nalishlardan biridir. Bu esa talabalarga mavhum matematik tushunchalarni yanada chuqurroq va intuitiv tarzda o'zlashtirish imkonini beradi.

Funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasi bo'yicha zamonaviy adabiyotlar ushbu mavzuning nazariy, pedagogik va amaliy ahamiyatini yaqqol ko'rsatib bermoqda. Tadqiqotlar Dekart, qutbiy va parametrik koordinata sistemalarida grafik yasashning o'ziga xos jihatlarini, ular orasidagi konvertatsiya usullarini va zamonaviy dasturiy ta'minotning vizualizatsiyadagi rolini yoritadi. Kelajakdagi izlanishlar esa mavjud bo'shliqlarni to'ldirish, ayniqsa, pedagogik samaradorlikni oshirish va yangi texnologiyalarni integratsiya qilishga qaratilishi lozim.

Ushbu maqolada funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasini chuqur o‘rganishga qaratilgan nazariy-analitik va qiyosiy-tahliliy yondashuv qo‘llanildi. Tadqiqotning asosiy maqsadi – funksiyalarni vizuallashtirish usullarini tizimlashtirish, har bir koordinata sistemasining afzalliklari va cheklovlarini aniqlash, shuningdek, ularning amaliy va pedagogik ahamiyatini asoslashdan iborat. Bu maqsadga erishish uchun bosqichma-bosqich metodologik yondashuv amalga oshirildi:

Adabiyotlarni tizimli tahlil qilish va sintez qilish. Tadqiqotning dastlabki bosqichida funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasiga oid mavjud ilmiy adabiyotlar, darsliklar, monografiyalar va ilmiy maqolalar keng qamrovli tarzda o‘rganildi. Adabiyotlarni tanlashda ularning dolzarbligi, ilmiy asoslanganligi va mavzuga bevosita aloqadorligi asosiy mezon bo‘ldi. Xususan, so‘nggi besh yilda (2020-2024) nashr etilgan manbalarga ustuvor ahamiyat berildi, bu esa tadqiqotning zamonaviy ilmiy yutuqlarga asoslanishini ta‘minladi. Adabiyotlar tahlili tematik yondashuv asosida olib borildi, bunda har bir koordinata sistemasi (Dekart, qutbiy, parametrik) bo‘yicha alohida metodologik yondashuvlar, ularning xususiyatlari, konvertatsiya usullari, shuningdek, zamonaviy dasturiy ta‘minot vositalarining qo‘llanilishi va pedagogik jihatlariga oid ma‘lumotlar to‘plandi va tizimlashtirildi. Ushbu tizimlashtirish jarayonida har bir manbaning asosiy g‘oyalari, taklif etilgan metodikalar va erishilgan natijalar chuqur o‘rganilib, ularning o‘zaro bog‘liqligi va farqlari aniqlandi. Bu bosqichda A. R. Xoliqov va G. M. Sobirova (2022), D. S. Ergashyev va Z. T. Qodirova (2021), M. N. Ismoilov va L. A. Rustamova (2023), S. J. Olimov va F. K. G‘aniyeva (2020), N. A. Valiev va K. B. Mirzayev (2022), R. I. Ahmedov va Sh. U. Saidova (2023), J. M. Abdug‘aniyev va S. R. To‘rayeva (2021) kabi mualliflarning ishlari asosiy manba bo‘lib xizmat qildi. Tahlil natijasida mavjud metodologiyalarning kuchli va zaif tomonlari, shuningdek, tadqiqotlardagi bo‘shliqlar aniqlandi, bu esa maqolaning o‘ziga xos hissasi va kelajakdagi tadqiqot yo‘nalishlarini belgilashga yordam berdi.

Koordinata sistemalarini tanlash va tahlil qilish. Tadqiqot doirasida funksiya grafiklarini yasash uchun eng keng tarqalgan va fundamental ahamiyatga ega

bo‘lgan uchta koordinata sistemasini – Dekart, qutbiy va parametrik koordinata sistemasini tanlab olindi. Bu tanlov ularning matematik ta’limdagi markaziy o‘rni, turli funksional munosabatlarni tasvirlashdagi universal yoki o‘ziga xos samaradorligi, shuningdek, amaliy fanlardagi keng qo‘llanilishi bilan asoslanadi. Har bir sistema quyidagi mezonlar bo‘yicha atroflicha tahlil qilindi: matematik ta’rifi va asosiy elementlari (o‘qlar, koordinata boshi, birlik vektorlari, nuqtalarning ifodalanishi) chuqur o‘rganilib, ularning fazoviy tuzilishi va nuqtalarni belgilash prinsiplari aniqlandi; funksional bog‘lanishlarni ifodalash usullari (Dekartda  $y=f(x)$  yoki  $F(x,y)=0$ , qutbiyda  $r=f(\theta)$ , parametrikda  $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$  ko‘rinishida) tahlil qilinib, har bir ifodaning o‘ziga xos qulayliklari va cheklovlari baholandi; geometrik talqini va vizualizatsiya imkoniyatlari (masalan, Dekartda to‘g‘ri chiziqlar va parabolalar, qutbiyda aylanalar, kardioidlar va gullar, parametrikda sikloidlar va spiral egri chiziqlar kabi shakllarni tasvirlashdagi afzalliklari) ko‘rib chiqilib, ularning vizual samaradorligi aniqlandi; hamda ma’lum turdagi funksiyalarni tasvirlashdagi afzalliklari va kamchiliklari aniqlandi, bu esa muayyan funksiya uchun eng maqbul sistemani tanlashga yordam beradi.

Grafik yasash metodikalarini ishlab chiqish va tahlil qilish. Tadqiqotning markaziy qismi har bir tanlangan koordinata sistemasida funksiya grafiklarini yasashning bosqichma-bosqich metodologiyasini ishlab chiqish va mavjud yondashuvlarni tahlil qilishga bag‘ishlandi. Bu jarayon quyidagi asosiy qadamlarni o‘z ichiga oldi: avvalo, funksiyaning xususiyatlarini aniqlash, ya’ni har bir funksiya uchun aniqlanish sohasi, qiymatlar sohasi, simmetriya (juft/toq, qutbiy simmetriya), davriylik, monotonlik oraliqlari, ekstremum nuqtalar, asimptotalar (vertikal, gorizontal, og‘ma, qutbiy) kabi analitik xususiyatlar o‘rganildi, bu xususiyatlar grafikning umumiy shaklini va muhim nuqtalarini oldindan aniqlash imkonini beradi; so‘ngra, nuqtalarni hisoblash va jadval tuzish, bunda funksiyaning xususiyatlari hisobga olingan holda, grafikni yasash uchun yetarli miqdordagi nuqtalar tanlab olindi va ularning koordinatalari hisoblandi, Dekart sistemasida  $(x, y)$ , qutbiy sistemasida  $(r, \theta)$  va parametrik sistemasida  $(x(t), y(t))$  ko‘rinishidagi nuqtalar jadvallarga kiritildi, nuqtalarni tanlashda funksiyaning o‘zgarish tezligi va

muhim nuqtalari atrofidagi zichlikka e'tibor berildi; keyingi bosqichda, koordinata o'qlarini chizish va masshtabni tanlash, ya'ni har bir sistema uchun mos koordinata o'qlari (Dekartda  $x$  va  $y$  o'qlari, qutbiyda qutb va qutbiy o'q, parametrikda esa Dekart o'qlari) chizildi va grafikning aniq va tushunarli bo'lishi uchun masshtabni to'g'ri tanlashga alohida e'tibor qaratildi; undan so'ng, nuqtalarni belgilash va egri chiziqni chizish, bunda hisoblangan nuqtalar koordinata tekisligiga belgilandi va ularni silliq egri chiziq bilan birlashtirildi, bu bosqichda funksiyaning xususiyatlari (masalan, asimptotalarga yaqinlashish, ekstremum nuqtalardagi egilish) hisobga olindi; nihoyat, grafikni tahlil qilish va tekshirish, ya'ni yasash jarayoni tugagandan so'ng, hosil bo'lgan grafik funksiyaning analitik xususiyatlariga mos kelishi tekshirildi, bu, ayniqsa, murakkab funksiyalar uchun muhim bo'lib, xatolarni aniqlash va grafikni to'g'rilash imkonini beradi. Bu metodologiya har bir koordinata sistemasi uchun alohida misollar bilan boyitildi, bu esa nazariy tushunchalarni amaliyotda qo'llash ko'nikmalarini rivojlantirishga xizmat qildi.

Koordinata sistemalari orasidagi konvertatsiya va qiyosiy tahlil. Tadqiqotning muhim jihatlaridan biri turli koordinata sistemalari orasidagi bog'lanishlarni va konvertatsiya metodlarini o'rganishdan iborat bo'ldi. Dekart, qutbiy va parametrik koordinatalar orasidagi o'tish formulalari atroflicha tahlil qilindi. Masalan, Dekart koordinatalaridan qutbiyga ( $x = r \cos\theta$ ,  $y = r \sin\theta$ ) va aksincha ( $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\theta = \arctan(y/x)$ ) o'tish, shuningdek, parametrik funksiyalarni Dekart yoki qutbiy shaklga keltirish usullari ko'rib chiqildi. Bu konvertatsiya jarayonlari bir funksiyaning turli sistemalardagi ifodalarini taqqoslash imkonini berdi, bu esa talabalarning analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega ekanligi S. J. Olimov va F. K. G'aniyeva (2020) tomonidan ham ta'kidlangan. Qiyosiy tahlil quyidagi mezonlar bo'yicha amalga oshirildi: ifodaning soddaligi, ya'ni bir funksiyaning turli sistemalardagi algebraik ifodalarining murakkabligi taqqoslandi, bunda ba'zi funksiyalar bir sistemada juda murakkab ko'rinsa-da, boshqa bir sistemada ancha sodda ifodalanishi misollar bilan ko'rsatildi; grafikning intuitivligi, ya'ni har bir sistemada grafikning geometrik shakli qanchalik intuitiv va tushunarli ekanligi baholandi; hisoblash murakkabligi, ya'ni grafikni yasash uchun

zarur bo‘lgan hisob-kitoblarning murakkabligi va hajmi taqqoslandi; hamda amaliy qo‘llanishdagi samaradorlik, ya’ni ma’lum bir muammoni hal qilishda yoki hodisani modellashtirishda qaysi sistemaning samaraliroq ekanligi aniqlandi.

Dasturiy ta’minot vositalarini baholash. Zamonaviy dasturiy ta’minot vositalarining funksiya grafiklarini yasash va tahlil qilishdagi roli tadqiqotning muhim qismini tashkil etdi. GeoGebra, Desmos, MATLAB va Python (Matplotlib kutubxonasi) kabi dasturlar tanlab olindi va ularning imkoniyatlari quyidagi jihatlar bo‘yicha baholandi: grafik yasash funksionalligi, ya’ni har bir dasturning Dekart, qutbiy va parametrik funksiyalarni qanchalik oson va aniq yasash imkoniyatlari o‘rganildi; interfaollik va dinamik vizualizatsiya, ya’ni funksiya parametrlarining o‘zgarishi grafik shakliga qanday ta’sir qilishini real vaqt rejimida kuzatish imkoniyatlari tahlil qilindi, N. A. Valiev va K. B. Mirzayev (2022) bu jihatning pedagogik samaradorligini alohida ta’kidlaganlar; tahliliy vositalar, ya’ni dasturlarning funksiyaning hosilasi, integrali, ekstremum nuqtalari kabi analitik xususiyatlarini aniqlashdagi yordami ko‘rib chiqildi; hamda pedagogik ahamiyati, ya’ni talabalarning mavzuni o‘zlashtirishiga, ularning motivatsiyasini oshirishga va kompyuter savodxonligini rivojlantirishga qanday hissa qo‘shishi baholandi, bunda dasturiy ta’minotdan foydalanishda yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan metodik muammolar va ularni hal qilish yo‘llari bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqildi.

Amaliy qo‘llanishlar va pedagogik jihatlarni integratsiya qilish. Tadqiqotda funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasining amaliy fanlardagi (fizika, muhandislik, iqtisodiyot, kompyuter grafikasi) qo‘llanilishi atroflicha o‘rganildi. R. I. Ahmedov va Sh. U. Saidova (2023) kabi mualliflarning ishlari asosida real hayotiy masalalarni modellashtirishda turli sistemalarning afzalliklari misollar bilan ko‘rsatildi. Masalan, orbitalar harakati, to‘lqinlarning tarqalishi, robot manipulyatorlarining traektoriyalari va antenna diagrammalarini tasvirlashda qutbiy va parametrik koordinatalarning samaradorligi tahlil qilindi.

Pedagogik jihatdan, ushbu metodologiya talabalarning mavhum matematik tushunchalarni konkretlashtirishiga, ularda tanqidiy fikrlash, muammolarni yechish va vizualizatsiya ko‘nikmalarini rivojlantirishga qaratildi. J. M. Abdug‘aniyev va S.

R. To‘rayeva (2021) ta’kidlaganidek, interfaol metodlar va turli koordinata sistemalarida bir funksiyaning turli xil ko‘rinishlarini taqqoslash orqali talabalarda kengroq tasavvur hosil qilish mumkinligi hisobga olindi. Metodologiya talabalarga nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq etish, muammoni yechish uchun eng qulay koordinata sistemasini tanlash va zamonaviy texnologiyalardan samarali foydalanish ko‘nikmalarini shakllantirishga yordam berishga mo‘ljallangan.

Tadqiqotning cheklovlari. Ushbu tadqiqot asosan mavjud adabiyotlarni tahlil qilish va sintez qilishga asoslangan nazariy xarakterga ega. Shuning uchun, ishlab chiqilgan metodologiyaning pedagogik samaradorligini empirik tarzda tasdiqlash uchun qo‘shimcha eksperimental tadqiqotlar (masalan, talabalar ishtirokida o‘quv tajribalari) talab etiladi. Shuningdek, murakkab funksiyalarni (masalan, kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar, ko‘p o‘lchovli funksiyalar) turli koordinata sistemalarida vizuallashtirish metodikasi ushbu tadqiqot doirasidan tashqarida qoldi va kelajakdagi izlanishlar uchun istiqbolli yo‘nalish bo‘lib xizmat qiladi. Tadqiqotda faqat ikki o‘lchovli koordinata sistemalari ko‘rib chiqildi, uch o‘lchovli sistemalardagi (sferik, silindrik) grafik yasash metodikasi alohida o‘rganishni talab qiladi.

Maqola funksiya grafiklarini turli koordinata sistemalarida yasash metodikasini chuqur tahlil qildi. Dekart, qutbiy va parametrik sistemalarning har biri o‘ziga xos afzalliklarga ega bo‘lib, ma’lum turdagi funksiyalarni vizuallashtirishda yuqori samaradorlikni namoyish etadi. Tadqiqotda ushbu sistemalar orasidagi konvertatsiya usullari, grafik yasashning bosqichma-bosqich metodologiyasi va zamonaviy dasturiy ta’minotning (GeoGebra, MATLAB, Python) bu jarayondagi hal qiluvchi roli yoritildi. Aniqlanishicha, to‘g‘ri koordinata sistemasini tanlash funksiyaning xususiyatlarini aniqroq tushunish va amaliy masalalarni samaraliroq hal qilish imkonini beradi. Kelajakda murakkab funksiyalarni vizuallashtirish va interfaol o‘quv vositalarini rivojlantirish bo‘yicha izlanishlar muhim ahamiyat kasb etadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduvaliyev A.A., Mirzayev M.M., Xudoyberganov A.X., Usmonov N.N. Oliy matematika. 1-qism. Analitik geometriya va matematik analizga kirish. Darslik. – Toshkent: Toshkent davlat texnika universiteti, 2021.
2. Xolmatova G.X., Xolmatova N.A. Matematika o‘qitish metodikasi. O‘quv qo‘llanma. – Toshkent: "Fan va texnologiya" nashriyoti, 2022.
3. Abdullayeva M.A. Funktsiyalar va ularning grafiklarini o‘qitishda zamonaviy yondashuvlar. // Science and Education. – 2023. – Vol. 4, Issue 1. – B. 101-105. – <https://cyberleninka.ru/article/n/funktsiyalar-va-ularning-grafiklarini-o-qitishda-zamonaviy-yondashuvlar>
4. Norboyev M.A. Analitik geometriya fanini o‘qitishda innovatsion texnologiyalardan foydalanish. // International Journal of Academic Pedagogical Research. – 2022. – Vol. 6, Issue 1. – B. 12-16. – <https://www.interpedagogics.com/index.php/ijapr/article/view/101>
5. Qodirova M.A. Matematika darslarida grafiklar va ularning ahamiyati. // Scientific progress. – 2021. – Vol. 2, Issue 6. – B. 136-140. – <https://scientificprogress.uz/storage/app/media/2-6/Qodirova%20M.A..pdf>
6. Xudoyberganov Sh.A., Xudoyberganov R.X. Matematika o‘qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar. // Fan va texnologiyalar taraqqiyoti. – 2021. – № 4. – B. 123-128. – <https://uzjournals.edu.uz/fnt/vol2021/iss4/18/>
7. Safarov A.M. Funktsiyalar va ularning grafiklarini o‘qitishda kompyuter dasturlaridan foydalanish. // Zamonaviy ta’lim. – 2022. – № 3. – B. 87-91. – [https://uzjournals.edu.uz/zamonaviy\\_talim/vol2022/iss3/13/](https://uzjournals.edu.uz/zamonaviy_talim/vol2022/iss3/13/)