KUB TENGLAMA VA UNING TURLI HAQIQIY ILDIZLARI HAQIDA MASALA

Abdiyeva Shoira Shukurovna
Cyber universiteti o‘qituvchisi

DOI: **https://doi.org/10.5281/zenodo.20215037**

Annotatsiya: *Ushbu maqolada kub tenglama uchta haqiqiy ildizlarga ega bo‘lib, ulardan biri yoki uchtasi ham musbat bo‘lgan holat uchun teoremalar keltirib chiqarilgan. Bunda kub tenglama koeffisiyentlari va kub funksiya ekstremumlari qiymatlari ko‘paytmasining ahamiyati ochib berilgan. Teoremalar kvadrat va kub funksiya grafiklarini tahlil qilish orqali keltirib chiqarilgan. Teoremalarda keltirilgan shartlarni sun’iy intellekt (ChatGPT) ga generatsiya qilish orqali kub tenglama ildizlar soni bilan birga ildizlari ishorasini bashorat qilish imkonini beradi.*

Kalit so‘zlar. *Kvadrat tenglama, kub tenglama, kub funksiya, ekstremum qiymatlar, sun’iy intellekt.*

Аннотация: *В данной статье рассматриваются теоремы для случая, когда кубическое уравнение имеет три действительных корня, из которых один или все три являются положительными. При этом раскрывается значение произведения коэффициентов кубического уравнения и значений экстремумов кубической функции. Теоремы получены на основе анализа графиков квадратной и кубической функций.*

Ключевые слова: *Квадратное уравнение, кубическое уравнение, кубическая функция, значения экстремумов.*

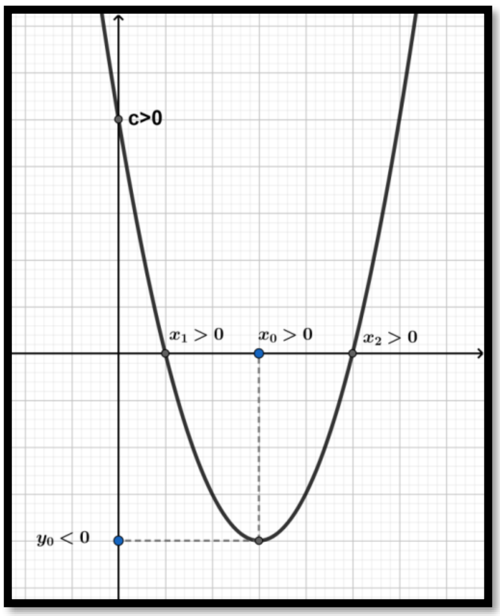
Abstract: *This article presents theorems for the case when a cubic equation has three real roots, one or all three of which are positive. The significance of the product of the coefficients of the cubic equation and the extrema values of the cubic function is revealed. The theorems are derived through the analysis of the graphs of quadratic and cubic functions.*

Keywords: *Quadratic equation, cubic equation, cubic function, extrema values.*

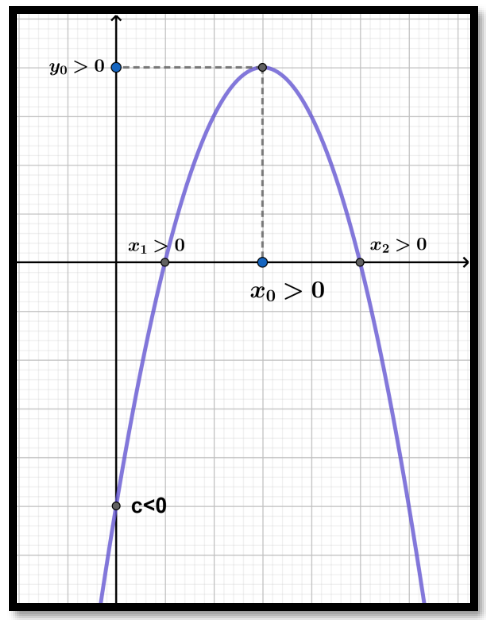
Ma’lumki, kub tenglamani har doim ham butun ildizlarga ega emas. Biroq uning haqiqiy ildizlari mavjudligini kub funksiya grafigi asosida aniqlash mumkin. Quyida $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ kub tenglama uchta turli ildizlarga ega bo‘lgan holat kub funksiya grafigi asosida ko‘rib chiqiladi. Bunda kvadrat funksiya grafigidan ham foydalaniladi.

1-masala. $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning koeffitsiyentlariga qanday shartlar qo‘yganimizda uning ikkala ildizi ham musbat bo‘ladi [0]?

$ax^2 + bx + c = 0$ tenglama ildizlari musbat bo‘lganda, uning koeffisiyentlari va diskriminanti ishoralarini aniqlashni $y = ax^2 + bx + c$ funksiyaning grafigidan foydalanish orqali ko‘rib chiqilgan [0] (1-2-rasmlar).



1-rasm



2-rasm

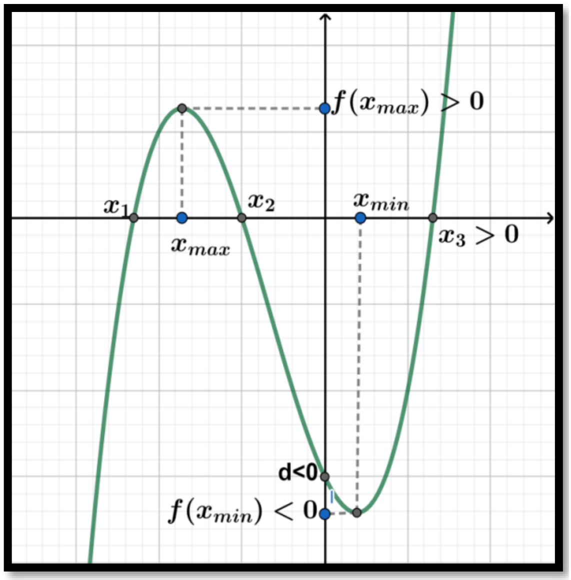
$x_1 > 0$ va $x_2 > 0$ bo‘lganda, $D > 0$, $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ bo‘ladi. a, b, c koeffisiyentlar ko‘paytmasi esa $a \cdot b < 0$, $a \cdot c > 0$ [0].

1-Teorema. $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglama ikkita turli musbat ildizlarga ega bo‘lishi uchun, uning koeffisiyentlari ko‘paymasi $a \cdot b < 0$, $a \cdot c > 0$ va diskriminanti $D > 0$ bo‘lishi zarur va yetarli [0].

Endi kub tenglama uchun “$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $(a > 0)$ kub tenglama qachon uchta turli haqiqiy ildizlarga ega bo‘ladi?” degan savol qo‘yib, quyidagi 2-masaladagi holat ko‘rib chiqiladi.

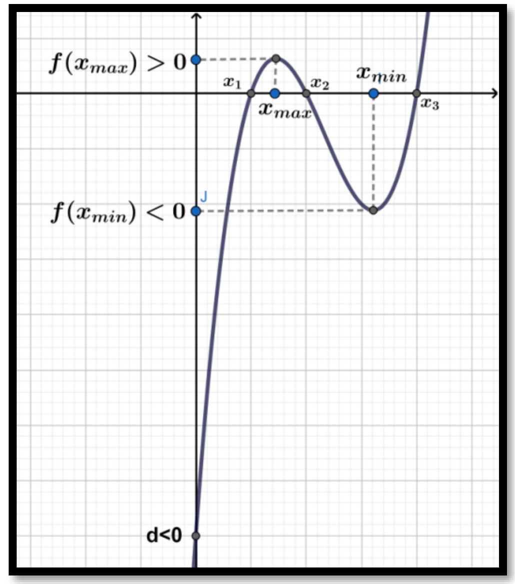
2-Masala. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $(a > 0)$ kub tenglama qachon uchta turli haqiqiy ildizlarga ega bo‘lib, ualarning biri yoki uchtasi ham musbat bo‘ladi?

Bu masalani yechishda $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a > 0)$ kub funksiya grafigidan foydalaniladi (3-4-rasmlar).



3-rasm. Kub tenglama uchta haqiqiy ildizlarga ega

$f(x_{max}) \cdot f(x_{min}) < 0$



4-rasm. Kub tenglama uchta haqiqiy ildizlarga ega

$f(x_{max}) \cdot f(x_{min}) < 0$

3-rasmda kubik funksiya *Ox* o'qini 3 ta nuqtada kesib o'tgan va ulardan biri *Ox* o'qining musbat qismini kesib o'tgan. Demak, kub tenglama 2 ta manfiy va 1 ta musbat ildizga ega.

4-rasmda kubik funksiya *Ox* o'qining musbat qismini 3 ta nuqtada kesib o'tgani tasvirlangan. Demak, bu holatda kub tenglama 3 ta musbat ildizga ega.

3- va 4-rasmlarda tasvirlangan grafiklardan ko'rinadiki, funksiyaning ekstremumlari mavjud va bundan $\Delta = b^2 - 3ac > 0$ ekanligi ravshan. Ekstremum qiymatlari $f(x_{max}) > 0$, $f(x_{min}) < 0$ ekanligidan ularning ko'paytmasi $f(x_{max}) \cdot f(x_{min}) < 0$ manfiy bo'ladi.

Funksiya grafiklari *Oy* o'qining manfiy qismini kesib o'tgan, ya'ni $f(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = d < 0$ bo'ladi.

Natijalarni umumlashtiradigan bo'lsak, quyidagi teorema o'rinli bo'ladi.

Teorema 2 (zaruriy shart). $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $(a > 0)$ kub tenglama uchta turli haqiqiy ildizlarga ega bo'lib, ulardan biri yoki uchtasi ham musbat bo'lsa, u holda $d < 0$ va $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ kub funksiya ekstremum qiymatlari ko'paytmasi manfiy bo'ladi.

Teorema 2* (yetarli shart). $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $(a > 0)$ kub tenglamada $d < 0$ va $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ kub funksiya ekstremum qiymatlari ko'paytmasi manfiy bo'lsa, u holda berilgan tenglama uchta turli haqiqiy ildizlarga ega bo'lib, ulardan biri yoki uchtasi ham musbat bo'ladi.

Teoremalarning zaruriy va yetarli shartlari isbotlangan [0].

4-rasmdan ko‘rish mumkinki, kub tenglama uchta musbat haqiqiy ildizlarga ega bo‘lganda musbat ekstremumlarga ham ega. Bundan esa kub funksiyadan hosila olinganda hosil bo‘lgan $3ax^2 + 2bx + c = 0$ kvadrat uchhadning diskriminanti musbat va shu bilan birga ildizlari (kub funksiya minimum va maksimum nuqtalari) ham musbat bo‘ladi. U holda yuqorida 1-teoremada qaralgan kvadrat tenglama musbat ildizlarga ega bo‘lishi uchun uning diskrinanti $D > 0$ va koeffisiyentlari ko‘paytmasi $ab < 0$, $ac > 0$ bo‘lishidan, quyidagi teorema o‘rinli bo‘ladi:

Teorema 2.1 (zaruriy shart). $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $(a > 0)$ kub tenglama uchta musbat haqiqiy ildizlarga ega bo‘lsa, u holda $d < 0$, $ab < 0$, $ac > 0$ va $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ kub funksiya ekstremum qiymatlari ko‘paytmasi manfiy bo‘ladi.

Teorema 2.1* (yetarli shart). $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $(a > 0)$ kub tenglamada $d < 0$, $ab < 0$, $ac > 0$ va $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ kub funksiya ekstremum qiymatlari ko‘paytmasi manfiy bo‘lsa, u holda berilgan tenglama uchta musbat haqiqiy ildizlarga ega bo‘ladi.

Kub tenglama ikkita musbat ildizlarga ega bo‘lgan holatida d ning ishorasi o‘zgaradi, shu sababli bu holat kub tenglama uchta haqiqiy ildizlarga ega bo‘lib, ulardan biri yoki uchtasi ham manfiy bo‘lganda qaraladi.

Teoremalarda keltirilgan kub funksiya ekstremum qiymatlari ko‘paytmasi asosida kub tenglama diskriminanti keltirib chiqarilgan [0].

Kub tenglama ildizlarining faqat bitta musbat, manfiy ildizlarga, karrali ildizlarga ega bo‘lgan holatlar uchun ham teoremalar ishlab chiqib, teoremalardagi shartlar asosida kub tenglama haqiqiy ildizlarining soni, ularning ishorasini sun’iy intellekt (ChatGPT) ga generatsiya qilish orqali aniqlash mumkin bo‘ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Abdiyeva Sh.Sh. O‘quvchilarning vizual tafakkurini rivojlantirishda loyihalash metodidan foydalanish.// “Ilm sarchashmalari” jurnali.-2023., - №3. 65-70 b.

2. Abdiyeva Sh.Sh., Turgunbayev R.M. Theorems on the number of roots of a cubic equation and their location as a means of developing students' visual thinking. //Fiziko-matematichna osvita. - 2023. – No.4. - P.7-13. https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-4-001