

SUN'YI INTELLEKT ASOSIDA MATEMATIKA TA'LIMIDA MUAMMOLI O'QITISH  
VA MODELLASHTIRISH ORQALI TALABALARNING ANALITIK  
KOMPETENSIYALARINI RIVOJLANTIRISH

*Abdulboriyeva Mexruza Anvar qizi*

*Namdu matematik analiz kafedrasida kata o'qituvchisi  
pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Phd)*

*E-mail: [abdulborievamexruza@gmail.com](mailto:abdulborievamexruza@gmail.com)*

*DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.19828349>*

***Annotatsiya:** Ushbu maqolada matematika ta'limida sun'iy intellekt (SI) vositalariga asoslangan muammoli o'qitish va matematik modellashtirish orqali talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirish metodikasi yoritiladi. Muammoli o'qitishning “muammoli vaziyat - matematik model - SI tahlili - xulosa” bosqichlari SI vositalari (Grok, GPT-4o, Wolfram Alpha) bilan uyg'unlashtirilgan. Talabalar real matematik muammolarni modellashtirish, parametrlarni tahlil qilish va asoslangan xulosalar chiqarish ko'nikmalarini egallaydi. Maqolada amaliy topshiriqlar namunalari va analitik kompetensiyalarni baholash mezonlari keltirilgan.*

***Kalit so'zlar:** sun'iy intellekt, matematika ta'limi, muammoli o'qitish, matematik modellashtirish, analitik kompetensiyalar, GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha.*

***Аннотация:** В данной статье освещается методика развития аналитических компетенций студентов через проблемное обучение и математическое моделирование в преподавании математики с использованием инструментов искусственного интеллекта (ИИ). Этапы проблемного обучения «проблемная ситуация - математическая модель - анализ с помощью ИИ - вывод» интегрированы с инструментами ИИ (Grok, GPT-4o, Wolfram Alpha). Студенты приобретают навыки моделирования реальных математических проблем, анализа параметров и обоснованного вывода заключений. В статье представлены примеры практических заданий и критерии оценки аналитических компетенций.*

***Ключевые слова:** искусственный интеллект, обучение математике, проблемное обучение, математическое моделирование, аналитические компетенции, GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha.*

**Annotation:** *This article presents a methodology for developing students' analytical competencies through problem-based learning and mathematical modeling in mathematics education using artificial intelligence (AI) tools. The stages of problem-based learning - "problem situation - mathematical model - AI analysis - conclusion" - are integrated with AI tools (Grok, GPT-4o, Wolfram Alpha). Students acquire skills in modeling real mathematical problems, analyzing parameters, and drawing justified conclusions. The article provides examples of practical tasks and criteria for assessing analytical competencies.*

**Keywords:** *artificial intelligence, mathematics education, problem-based learning, mathematical modeling, analytical competencies, GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha*

### **Kirish**

Matematika ta'limida talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirish bugungi kunning dolzarb vazifalaridan biri hisoblanadi [1.B.56]. Analitik kompetensiyalar deganda talabaning murakkab matematik muammolarni tizimli tahlil qilish, matematik model qurish, parametrlarni baholash va asoslangan xulosalar chiqarish qobiliyati tushuniladi. Zamonaviy oliy ta'limda matematik tayyorgarlik faqat formulalar va algoritmlarni o'zlashtirish bilan chegaralanib qolmasdan, balki talabalarni mustaqil tahlil qilish va muammolarni matematik tilda ifodalashga o'rgatishi zarur. Biroq amaliyot shuni ko'rsatadiki, ko'plab talabalar tayyor modellar bilan ishlashga o'rganib qolgan holda, ularni mustaqil qurish va tahlil qilishda jiddiy qiyinchiliklarga duch keladilar. Aynan shu muammoni hal etishda muammoli o'qitish texnologiyasi muhim ahamiyat kasb etadi, chunki bu yondashuv talabalarni tayyor bilimlarni passiv o'zlashtirish emas, balki faol izlanish va muammoni yechish yo'llarini mustaqil topishga undaydi [2. B.34]. Muammoli o'qitishning asosiy g'oyasi shundan iboratki, talaba oldiga uning mavjud bilimlari doirasida darhol yechib bo'lmaydigan, ammo mantiqiy tahlil va matematik modellashtirish orqali yechish mumkin bo'lgan muammoli vaziyat qo'yiladi. Bu jarayonda talaba muammoni tahlil qiladi, uning matematik mohiyatini ochib beradi, farazlarni ilgari suradi va ularni tekshirish yo'llarini izlaydi. So'nggi yillarda sun'iy intellekt (SI) vositalarining jadal rivojlanishi muammoli o'qitish texnologiyasini sifat jihatidan yangi bosqichga ko'tarish imkonini bermoqda. Xususan, GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha kabi zamonaviy SI vositalari murakkab hisob-kitoblarni tez va aniq bajarish, tenglamalar sistemasini yechish, funksiyalar grafiklarini qurish, statistik tahlillarni amalga oshirish va hatto matematik modellarni generatsiya qilish kabi imkoniyatlarga ega [3. B.78]. Ushbu vositalarning eng muhim jihati shundaki, ular talabadan hisob-

kitoblarning texnik tomoniga ko'p vaqt sarflashni talab qilmaydi, balki asosiy e'tiborni muammoni tahlil qilish, modelni to'g'ri shakllantirish va olingan natijalardan asoslangan xulosalar chiqarishga qaratish imkonini beradi. Boshqacha qilib aytganda, SI talabning analitik kompetensiyalarini rivojlantirishda “kuchaytiruvchi” vosita sifatida xizmat qiladi, unga murakkab matematik muammolarni yechishda yordam beradi, ammo yakuniy qaror va xulosa mas'uliyati talabning o'zida qoladi. Ushbu maqola konferensiyaning “Matematika ta'limida sun'iy intellekt asosida tahlil, modellashtirish va muammoli o'qitishni rivojlantirish” sho'basiga bag'ishlangan bo'lib, unda sun'iy intellekt vositalariga tayangan holda matematika ta'limida muammoli o'qitish va modellashtirish metodikasini ishlab chiqish hamda bu orqali talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirish masalalari yoritiladi [4. B.6]. Tadqiqotning ob'ekti oliy ta'lim muassasalarida matematika ta'limi jarayoni bo'lsa, predmeti esa sun'iy intellekt vositalari asosida muammoli o'qitish va modellashtirish orqali talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirish metodikasi. Maqolada muammoli o'qitishning nazariy asoslari, taklif etilayotgan “Muammo - Matematik model - SI tahlili - Xulosa” tsiklining mazmuni, amaliy topshiriq namunalari hamda analitik kompetensiyalarni baholash mezonlari keltirilgan.

### Asosiy qism

1. Metodik asos: “Muammo - Model - SI tahlili - Xulosa” tsikli. Taklif etilayotgan metodika to'rt bosqichli tsiklga asoslanadi bo'lib, uning asosiy g'oyasi sun'iy intellekt vositalarini muammoli o'qitish jarayoniga bosqichma-bosqich integratsiya qilishdan iborat. Birinchi bosqich - muammoli vaziyat bosqichi - talabaga real hayotiy yoki nazariy matematik muammoning taqdim etilishi bilan tavsiflanadi. Ushbu bosqichda muammo ochiq, ya'ni bir nechta yechim yo'liga ega bo'lishi va talabning mavjud bilimlari doirasida darhol yechib bo'lmaydigan darajada murakkab bo'lishi lozim. Masalan, “shaharda transport oqimini optimallashtirish”, “ishlab chiqarish korxonasida resurslarni samarali taqsimlash”, “aholi salomatligi ko'rsatkichlari asosida tibbiy xizmatlarga bo'lgan talabni prognozlash” kabi muammolar mazkur bosqich uchun tipik misollar hisoblanadi. Muammoli vaziyatni taqdim etishda sun'iy intellekt vositalari, xususan GPT-4o yoki Grok, muammoning turli qirralarini ochib berish, uning tarkibiy qismlariga ajratish va talabalarning muammoni to'liq anglashiga yordam berish funksiyasini bajaradi. Ikkinchi bosqich - matematik model qurish bosqichi - talabalarning asosiy analitik faoliyatini o'z ichiga oladi. Bu bosqichda talabalar muammoni matematik tilda ifodalaydilar: o'zgaruvchilarni aniqlaydilar, tenglamalar yoki tengsizliklar

sistemasini tuzadilar, cheklovlarni belgilaydilar va maqsad funksiyasini shakllantiradilar. Matematik model qurish jarayoni talabdan chuqur tizimli tahlilni talab qiladi, chunki muammoning barcha muhim omillarini hisobga olish, ikkinchi darajali omillardan mavhumlashish va modelni soddalashtirish masalalari hal qilinishi kerak. Bu bosqichda sun'iy intellekt vositalari, xususan SymPy yoki Wolfram Alpha, talabalarga modelni tekshirish, tenglamalar sistemasini yechish va parametrlarni baholashda yordam beradi. Uchinchi bosqich - SI vositalari yordamida tahlil bosqichi - metodikaning markaziy qismi hisoblanadi. Ushbu bosqichda talabalar GPT-4o, Grok yoki Wolfram Alpha kabi zamonaviy sun'iy intellekt vositalaridan foydalangan holda qurilgan matematik modelni chuqur tahlil qiladilar, kerakli hisob-kitoblarni bajaradilar, parametrlarning ta'sirini o'rganadilar va turli ssenariylarni simulyatsiya qiladilar. Masalan, optimallashtirish masalalarida talabalar Wolfram Alpha yordamida chiziqli dasturlash modelining optimal yechimini topadilar, so'ngra Grok yordamida cheklovlarni o'zgartirib, yechimning o'zgarishini kuzatadilar. Differensial tenglamalar bilan bog'liq masalalarda esa SymPy kutubxonasi yordamida tenglamalarni analitik yechadilar va GPT-4o yordamida olingan natijalarning iqtisodiy yoki jismoniy ma'nosini izohlaydilar. Sun'iy intellekt vositalarining ushbu bosqichdagi eng muhim funksiyasi shundan iboratki, ular murakkab va ko'p vaqt talab qiladigan hisob-kitoblarni avtomatlashtiradi, bu esa talabalarning asosiy e'tiborini muammoning matematik mohiyatini tahlil qilish va natijalarni izohlashga qaratish imkonini beradi. To'rtinchi bosqich - xulosa chiqarish bosqichi - metodikaning yakunlovchi va natijaviy qismidir. Bu bosqichda talabalar oldingi bosqichlarda olingan natijalarni tizimli tahlil qilib, muammoning asoslangan yechimini shakllantiradilar, qurilgan matematik modelning cheklovlarini va uning amaliy qo'llanish imkoniyatlarini aniqlaydilar. Xulosa chiqarish bosqichida talabalar, shuningdek, modelga kiritilmagan omillarni, taxminlarning to'g'riligini va olingan natijalarning ishonchligini baholashlari lozim. Sun'iy intellekt vositalari bu bosqichda talabalarga xulosalarni umumlashtirish, muqobil yechimlarni taqqoslash va xatolik manbalarini aniqlashda yordam beradi. Shuni alohida ta'kidlash kerakki, taklif etilayotgan "Muammo - Model - SI tahlili - Xulosa" tsiklining har bir bosqichi bir-biri bilan uzviy bog'liq bo'lib, bosqichlarning ketma-ketligi talabalarning analitik kompetensiyalarini bosqichma-bosqich shakllantirishga xizmat qiladi. Muammoli vaziyat bosqichida talaba muammoni anglash va tahlil qilishni, matematik model qurish bosqichida mavhumlashtirish va formallashtirishni, SI tahlili bosqichida hisob-kitoblar va simulyatsiyalarni, xulosa chiqarish bosqichida esa sintez va baholashni o'rganadi.

2. SI vositalarining funksiyalari. Matematika ta'limida sun'iy intellekt vositalaridan samarali foydalanish ularning har birining funksional imkoniyatlarini to'g'ri anglash va ularni o'quv jarayonida maqsadga muvofiq qo'llashni talab qiladi. GPT-4o - bu Open AI tomonidan ishlab chiqilgan ko'p maqsadli katta til modeli bo'lib, uning matematika ta'limidagi asosiy roli matnli tahlil va kod generatsiyasidan iborat. GPT-4o talabalarga muammoni shakllantirishda, matematik modelni tavsiflashda, hisob-kitoblar natijalarini izohlashda va xulosalarni umumlashtirishda yordam beradi. Shuningdek, u Python, SymPy, LaTeX kabi tillarda matematik kodlarni generatsiya qilish imkoniyatiga ega. Grok - bu xAI kompaniyasi tomonidan ishlab chiqilgan, real vaqt rejimida ma'lumotlar tahlili va internetga ulanish imkoniyatiga ega sun'iy intellekt vositasi bo'lib, uning matematika ta'limidagi asosiy roli katta hajmdagi real vaqt ma'lumotlari bilan ishlashdan iborat. Grok talabalarga statistik ma'lumotlarni yig'ish va tahlil qilish, real iqtisodiy va ijtimoiy jarayonlarning matematik modellarini qurish va ularni real vaqt rejimida yangilash imkonini beradi. Wolfram Alpha - bu simvulli hisob-kitoblar va grafiklarni qurishga ixtisoslashgan kuchli hisoblash platformasi bo'lib, uning matematika ta'limidagi asosiy roli tenglamalar sistemasini yechish, differensial va integral hisoblashlarni bajarish, funksiyalar grafiklarini qurish, matritsa va vektor amallarini bajarish, statistika va ehtimollik hisoblarini amalga oshirishdan iborat. Wolfram Alpha talabalarga murakkab matematik ifodalarni soddalashtirish, chegaraviy qiymatlar va optimallashtirish masalalarini yechishda bevosita yordam beradi. SymPy - bu Python dasturlash tilidagi simvulli matematik hisob-kitoblar kutubxonasi bo'lib, uning matematika ta'limidagi asosiy roli differensial tenglamalarni analitik yechish, integrallarni hisoblash, ifodalarni soddalashtirish, matritsa va tenzor amallarini bajarishdan iborat. SymPy talabalarga murakkab analitik hisob-kitoblarni avtomatlashtirish va ularning natijalarini vizualizatsiya qilish imkonini beradi. Ushbu to'rtta sun'iy intellekt vositasining har biri o'zining kuchli tomonlariga ega bo'lib, ularni o'quv jarayonida kompleks qo'llash talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirishda eng yuqori samaradorlikka erishish imkonini beradi. Masalan, GPT-4o muammoni shakllantirish va izohlashda, Grok real vaqt ma'lumotlarini yig'ishda, Wolfram Alpha va SymPy esa hisob-kitoblar va modellashtirishda asosiy rol o'ynaydi.

3. Amaliy topshiriq namunalari. Taklif etilayotgan metodikaning amaliy samaradorligini ko'rsatish maqsadida quyida matematika ta'limida sun'iy intellekt vositalariga asoslangan muammoli o'qitish va modellashtirishga doir uchta tipik topshiriq namunasi keltiriladi. Birinchi topshiriq -

optimal qaror qabul qilish masalasi - transport logistikasi sohasiga oid bo'lib, quyidagi muammoli vaziyatni o'z ichiga oladi: transport kompaniyasi yuklarni uchta ombordan beshta do'konga yetkazib berishi kerak, har bir yo'nalish bo'yicha transport xarajatlari ma'lum, umumiy xarajatlarni minimallashtiruvchi yuk tashish rejasini tuzish talab etiladi. Ushbu muammoning matematik modeli transport masalasi (chiziqli dasturlash modeli) ko'rinishida ifodalanadi. Talabalar GPT-4o yordamida modelni shakllantiradilar, Wolfram Alpha yoki Python (PuLP kutubxonasi) yordamida optimal yechimni topadilar, so'ngra "agar bir ombor yopilsa yechim qanday o'zgaradi?" kabi qo'shimcha muammoli savollarga javob izlaydilar. Bu topshiriqda talabalar ma'lumotlarni tizimlashtirish, cheklovlarni aniqlash, optimal yechimni baholash va model cheklovlarini tahlil qilish kabi analitik kompetensiyalarni rivojlantiradilar. Ikkinchi topshiriq - dinamik jarayonlarni modellashtirish masalasi - oziq-ovqat mahsulotlarini saqlash sohasiga oid bo'lib, quyidagi muammoli vaziyatni o'z ichiga oladi: oziq-ovqat mahsulotining haroratga bog'liq ravishda buzilish tezligi ma'lum, muzlatgichning optimal harorat rejimini aniqlash talab etiladi. Ushbu muammoning matematik modeli  $dQ/dt = -k(T) \cdot Q$  ko'rinishidagi differensial tenglama bilan ifodalanadi. Talabalar SymPy yordamida differensial tenglamani analitik yechadilar, Grok yordamida turli harorat rejimlari uchun buzilish vaqtini hisoblaydilar va "buzilish vaqti 48 soatdan kam bo'lmasligi uchun harorat qanday bo'lishi kerak?" degan muammoni yechadilar. Ushbu topshiriqda talabalar differensial tenglamalarni tuzish va yechish, parametrlarni tahlil qilish va dinamik tizimlarning barqarorligini baholash kabi analitik kompetensiyalarni rivojlantiradilar. Uchinchi topshiriq - ehtimollik va statistik xulosa masalasi - sifat nazorati sohasiga oid bo'lib, quyidagi muammoli vaziyatni o'z ichiga oladi: ishlab chiqarish liniyasida nuqsonli mahsulotlar ulushi 5% ni tashkil qiladi, sifat nazorati uchun 100 ta mahsulot tanlab olindi va 10 ta nuqsonli mahsulot aniqlandi, liniyani to'xtatish kerakmi degan qarorni asoslash talab etiladi. Ushbu muammoning matematik modeli binomial taqsimot va statistik gipoteza tekshirish ( $H_0: p=0.05$ ,  $H_1: p>0.05$ ) asosida quriladi. Talabalar Grok yordamida gipotezani shakllantiradilar, p-qiymat va ishonch oralig'ini hisoblaydilar, so'ngra "qanday hollarda liniyani to'xtatish to'g'ri?" degan muammoni tahlil qiladilar. Ushbu topshiriqda talabalar statistik xulosa chiqarish, xatolik ehtimolini baholash va ehtimollik asosida qaror qabul qilish kabi analitik kompetensiyalarni rivojlantiradilar. Yuqorida keltirilgan uchala topshiriqning umumiy xususiyati shundaki, ularning har biri ochiq muammoli vaziyatga, talabalardan matematik model qurishni talab qilishiga va sun'iy intellekt vositalaridan tahliliy maqsadlarda foydalanishni nazarda tutishiga asoslangan. Talabalar ushbu

topshiriqlarni bajarish jarayonida nafaqat matematik bilim va ko'nikmalarni, balki muammolarni tizimli tahlil qilish, matematik modellashtirish va asoslangan xulosalar chiqarish kompetensiyalarini ham rivojlantiradilar.

### 3. Amaliy topshiriq namunalari

3.1. Optimal qaror qabul qilish masalasi. Optimal qaror qabul qilish masalalari matematika ta'limida analitik kompetensiyalarni rivojlantirishning eng samarali vositalaridan biri hisoblanadi, chunki ular talabalardan ma'lumotlarni tizimlashtirish, cheklovlarni aniqlash va bir nechta mumkin bo'lgan yechimlar orasidan eng yaxshisini tanlashni talab qiladi. Ushbu turdagi topshiriq sifatida transport kompaniyasining yuk tashish muammosi taklif etiladi. Muammoli vaziyat quyidagicha ifodalanadi: transport kompaniyasi yuklarni uchta ombordan beshta do'konga yetkazib berishi kerak, har bir yo'nalish bo'yicha transport xarajatlari ma'lum bo'lib, umumiy xarajatlarni minimallashtiruvchi yuk tashish rejasini tuzish talab etiladi. Mazkur muammoning matematik modeli transport masalasi ko'rinishida ifodalanadi, u chiziqli dasturlash modellarining klassik namunalardan biri hisoblanadi. Ushbu modelda o'zgaruvchilar sifatida har bir ombordan har bir do'konga yetkaziladigan yuk miqdori qabul qilinadi, cheklovlar sifatida esa omborlardagi yuk zaxiralari va do'konlarning talablari olinadi, maqsad funksiyasi sifatida umumiy transport xarajatlarining yig'indisi minimallashtiriladi. Sun'iy intellekt vositalaridan foydalanish quyidagi tartibda amalga oshiriladi. Dastlab talabalar GPT-4o yordamida muammoni tahlil qiladilar va matematik modelni shakllantiradilar, ya'ni o'zgaruvchilarni, cheklovlarni va maqsad funksiyasini aniqlaydilar. Keyingi bosqichda talabalar Wolfram Alpha yoki Python dasturlash tilining PuLP kutubxonasi yordamida tuzilgan chiziqli dasturlash modelining optimal yechimini topadilar. Wolfram Alpha ning afzalligi shundaki, u foydalanuvchiga qo'shimcha dasturlash bilimlarini talab qilmaydi, ammo murakkab modellar uchun imkoniyatlari cheklangan. Python va PuLP kutubxonasi esa murakkab va ko'p o'lchovli modellar bilan ishlash imkonini beradi, lekin talabalardan asosiy dasturlash ko'nikmalarini talab qiladi. Optimal yechim topilgach, talabalar natijalarni tahlil qilib, "agar bir ombor yopilsa yechim qanday o'zgaradi?" degan muammoli savolga javob izlaydilar. Ushbu qo'shimcha tahlil talabalardan model parametrlarining o'zgarishiga nisbatan yechimning sezgirlik baholashni, ya'ni sezgirlik tahlilini o'tkazishni talab qiladi. Ushbu topshiriqni bajarish jarayonida talabalar quyidagi analitik kompetensiyalarni rivojlantiradilar: ma'lumotlarni tizimlashtirish (yuk zaxiralari, talablar va transport xarajatlarini jadval ko'rinishida ifodalash), cheklovlarni aniqlash (resurslar cheklovi va

talablarni qondirish sharti), optimal yechimni baholash (olingan natijalarning maqsad funksiyasiga muvofiqqligini tekshirish) va model cheklovlarini tahlil qilish (real hayotda qo'shimcha omillarni hisobga olish zaruriyatini anglash).

3.2. Dinamik jarayonlarni modellashtirish. Dinamik jarayonlarni modellashtirish masalalari matematika ta'limida differensial tenglamalar apparatini o'zlashtirish va ularni real jarayonlarni tahlil qilishda qo'llash ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Ushbu turdagi topshiriq sifatida oziq-ovqat mahsulotlarini saqlash muammosi taklif etiladi. Muammoli vaziyat quyidagicha ifodalanadi: oziq-ovqat mahsulotining haroratga bog'liq ravishda buzilish tezligi ma'lum bo'lib, muzlatgichning optimal harorat rejimini aniqlash talab etiladi. Mazkur muammoning matematik modeli  $dQ/dt = -k(T) \cdot Q$  ko'rinishidagi birinchi tartibli oddiy differensial tenglama bilan ifodalanadi, bu yerda  $Q(t)$  vaqt momentidagi mahsulot sifatini (yoki buzilmagan qismini),  $k(T)$  esa haroratga bog'liq buzilish tezligi koeffitsiyentini ifodalaydi. Buzilish tezligi koeffitsiyenti harorat ortishi bilan eksponensial ravishda oshadi, bu Arrhenius tenglamasi bilan tavsiflanadi:  $k(T) = k_0 \cdot \exp(-E_a/(R \cdot T))$ , bu yerda  $E_a$  - aktivatsiya energiyasi,  $R$  - universal gaz doimiysi,  $T$  - mutlaq harorat. Sun'iy intellekt vositalaridan foydalanish quyidagi tartibda amalga oshiriladi. Dastlab talabalar SymPy kutubxonasi yordamida differensial tenglamani analitik yechadilar, ya'ni  $Q(t) = Q_0 \cdot \exp(-k \cdot t)$  ko'rinishidagi yechimni olishadi. SymPy ning afzalligi shundaki, u talabalarga differensial tenglamalarni analitik yechish usullarini (o'zgaruvchilarni ajratish, integrallovchi ko'paytuvchi va hokazo) kompyuter yordamida tekshirish va natijalarni vizualizatsiya qilish imkonini beradi. Keyingi bosqichda talabalar Grok yordamida turli harorat rejimlari (masalan,  $-5^\circ\text{C}$ ,  $0^\circ\text{C}$ ,  $+5^\circ\text{C}$ ,  $+10^\circ\text{C}$ ) uchun buzilish vaqtini hisoblaydilar va haroratning mahsulotning saqlash muddatiga ta'sirini tahlil qiladilar. Grok ning real vaqt rejimida ma'lumotlar tahlili imkoniyati talabalarga haroratning turli qiymatlari uchun hisob-kitoblarni tez va aniq bajarish imkonini beradi. So'ngra talabalar "buzilish vaqti 48 soatdan kam bo'lmasligi uchun harorat qanday bo'lishi kerak?" degan muammoli savolga javob izlaydilar, ya'ni  $Q(t) \geq Q_{\min}$  shartini qanoatlantiradigan harorat oralig'ini aniqlaydilar. Ushbu topshiriqni bajarish jarayonida talabalar quyidagi analitik kompetensiyalarni rivojlantiradilar: differensial tenglamalarni tuzish (real jarayonni matematik tilda ifodalash), differensial tenglamalarni yechish (analitik yoki raqamli usullarni qo'llash), parametrlarni tahlil qilish (haroratning buzilish tezligiga ta'sirini baholash) va dinamik tizimlarning barqarorligini baholash (uzoq vaqt oralig'ida tizim xatti-harakatini prognozlash).

3.3. Ehtimollik va statistik xulosa. Ehtimollik va statistik xulosa masalalari matematika ta'limida noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish va empirik ma'lumotlar asosida asoslangan xulosalar chiqarish ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Ushbu turdagi topshiriq sifatida ishlab chiqarish liniyasida sifat nazorati muammosi taklif etiladi. Muammoli vaziyat quyidagicha ifodalanadi: ishlab chiqarish liniyasida nuqsonli mahsulotlar ulushi odatda 5% ni tashkil qiladi, sifat nazorati uchun 100 ta mahsulot tanlab olindi va 10 ta nuqsonli mahsulot aniqlandi, liniyani to'xtatish kerakmi degan qarorni statistik asoslash talab etiladi. Mazkur muammoning matematik modeli binomial taqsimot va statistik gipoteza tekshirish asosida quriladi. Nol gipoteza ( $H_0$ ) sifatida “nuqsonli mahsulotlar ulushi o'zgarmagan, ya'ni  $p = 0.05$ ” qabul qilinadi, muqobil gipoteza ( $H_1$ ) sifatida esa “nuqsonli mahsulotlar ulushi oshgan, ya'ni  $p > 0.05$ ” qabul qilinadi. Tanlanma ma'lumotlar asosida hisoblanadigan p-qiyamat (p-value) nol gipoteza to'g'ri bo'lgan taqdirda kuzatilgan natijaga ekstremalroq natijalarni olish ehtimolini ifodalaydi. Sun'iy intellekt vositalaridan foydalanish quyidagi tartibda amalga oshiriladi. Dastlab talabalar Grok yordamida statistik gipotezani shakllantiradilar, ya'ni  $H_0$  va  $H_1$  larni aniq ifodalaydilar va ahamiyatlilik darajasini (masalan,  $\alpha = 0.05$ ) belgilaydilar. Keyingi bosqichda Grok yordamida p-qiyamat va ishonch oralig'i hisoblanadi. Binomial taqsimot uchun p-qiyamat  $P(X \geq 10 | p=0.05, n=100) = 1 - P(X \leq 9 | p=0.05, n=100)$  formula orqali hisoblanadi. Hisob-kitoblar natijasida p-qiyamat taxminan 0.028 ga teng bo'lishi aniqlanadi, bu  $\alpha=0.05$  dan kichik bo'lgani uchun nol gipoteza rad etiladi va muqobil gipoteza qabul qilinadi, ya'ni nuqsonli mahsulotlar ulushi statistik jihatdan sezilarli darajada oshgan deb xulosa qilinadi. So'ngra talabalar “qanday hollarda liniyani to'xtatish to'g'ri?” degan muammoli savolni tahlil qiladilar. Bu savol doirasida talabalar birinchi tur xatolik ( $\alpha$  - nol gipoteza to'g'ri bo'lganda uni rad etish ehtimoli) va ikkinchi tur xatolik ( $\beta$  - nol gipoteza noto'g'ri bo'lganda uni qabul qilish ehtimoli) tushunchalarini o'zlashtiradilar, tanlanma hajmining xulosa ishonchligiga ta'sirini baholaydilar va turli ahamiyatlilik darajalarida qaror qabul qilish oqibatlarini solishtiradilar. Ushbu topshiriqni bajarish jarayonida talabalar quyidagi analitik kompetensiyalarni rivojlantiradilar: statistik xulosa chiqarish (empirik ma'lumotlar asosida umumiy populyatsiya haqida xulosa chiqarish), xatolik ehtimolini baholash (noto'g'ri qaror qabul qilish xavfini hisoblash) va ehtimollik asosida qaror qabul qilish (noaniqlik sharoitida optimal qarorni asoslash).

#### 4. Analitik kompetensiyalarni baholash mezoni

Analistik kompetensiyalarni baholash taklif etilayotgan metodikaning samaradorligini aniqlash va talabalarning o'zlashtirish darajasini ob'ektiv o'lchash uchun muhim ahamiyatga ega. Baholash to'rtta asosiy kompetensiya bo'yicha amalga oshiriladi, ularning har biri o'ziga xos ko'rsatkichlar tizimiga ega va 0 dan 5 ballgacha bo'lgan shkala bo'yicha baholanadi. Birinchi kompetensiya - muammoni matematik ifodalash - talabanning real hayotiy muammoni matematik tilda to'g'ri va to'liq ifodalash qobiliyatini aks ettiradi. Ushbu kompetensiyaning ko'rsatkichlari sifatida o'zgaruvchilarni aniqlash (muammoning barcha muhim omillarini matematik o'zgaruvchilar ko'rinishida ifodalay olish), tenglamalar tuzish (o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqliklarni tenglama yoki tengsizliklar sistemasiga aylantira olish) va cheklovlarni belgilash (resurslar, vaqt, byudjet kabi cheklovchi omillarni matematik shartlar ko'rinishida ifodalay olish) qabul qilingan. Ikkinchi kompetensiya - modelni tahlil qilish - talabanning qurilgan matematik modelni chuqur o'rganish va uning xususiyatlarini baholash qobiliyatini aks ettiradi. Ushbu kompetensiyaning ko'rsatkichlari sifatida parametrlarni baholash (modelga kiritilgan parametrlarning miqdoriy qiymatlarini aniqlay olish va ularning ishonchliligini baholay olish), model cheklovlarini aniqlash (modelda hisobga olinmagan omillarni, soddalashtirishlarni va taxminlarni aniqlay olish) va sezgirlik tahlili (model parametrlarining o'zgarishiga nisbatan yechimning barqarorligini tekshira olish) qabul qilingan. Uchinchi kompetensiya - SI vositalaridan foydalanish - talabanning zamonaviy sun'iy intellekt vositalaridan matematik hisob-kitoblar va tahlillar uchun samarali foydalana olish qobiliyatini aks ettiradi. Ushbu kompetensiyaning ko'rsatkichlari sifatida hisob-kitoblarni to'g'ri bajarish (GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha, SymPy kabi vositalardan foydalanib matematik hisob-kitoblarni aniq va to'g'ri bajarish) va natijalarni izohlash (SI vositalari tomonidan olingan natijalarning matematik va amaliy ma'nosini tushuntira olish) qabul qilingan. To'rtinchi kompetensiya - xulosa chiqarish - talabanning tahlil natijalari asosida asoslangan va ishonchli xulosalar shakllantira olish qobiliyatini aks ettiradi. Ushbu kompetensiyaning ko'rsatkichlari sifatida asoslanganlik (xulosaning matematik hisob-kitoblar va mantiqiy tahlilga asoslanganligi), aniqlik (xulosaning aniq, tushunarli va noaniqliklardan xoli ifodalanganligi) va model cheklovlarini hisobga olish (xulosa chiqarishda modelning cheklovlari va taxminlari qayd etilganligi) qabul qilingan. Baholash jarayonida talabanning har bir ko'rsatkich bo'yicha ko'rsatgan natijasiga mos ravishda 0 (ko'nikma shakllanmagan), 1 (boshlang'ich daraja), 2 (qoniqarli daraja), 3 (o'rta daraja), 4 (yuqori daraja) yoki 5 (eng yuqori daraja) ball beriladi. To'rtta kompetensiya bo'yicha olingan ballar yig'indisi (maksimal 20 ball) talabanning analitik

kompetensiyalarining umumiy darajasini ifodalaydi. Ushbu baholash tizimi talabalarning kuchli va zaif tomonlarini aniqlash, ularga individual yordam ko'rsatish va metodikani takomillashtirish imkonini beradi.

### **Xulosa**

Matematika ta'limida sun'iy intellekt vositalariga asoslangan muammoli o'qitish va modellashtirish talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirishning samarali usuli hisoblanadi. Taklif etilayotgan metodikaning markaziy elementi bo'lgan "Muammo - Model - SI tahlili - Xulosa" tsikli talabalarni matematik muammolarni mustaqil modellashtirish va asoslangan xulosalar chiqarishga o'rgatadi [4. B.45]. Ushbu tsiklning har bir bosqichi talabaning analitik faoliyatining muayyan jihatlarini shakllantirishga xizmat qiladi: muammoli vaziyat bosqichi muammoni anglash va tahlil qilishni, matematik model qurish bosqichi mavhumlashtirish va formallashtirishni, SI vositalari yordamida tahlil bosqichi hisob-kitoblar va simulyatsiyalarni, xulosa chiqarish bosqichi esa sintez va baholashni rivojlantiradi. Tadqiqot davomida ishlab chiqilgan metodika doirasida optimal qaror qabul qilish (transport masalasi), dinamik jarayonlarni modellashtirish (differensial tenglamalar) va ehtimollik-statistik xulosa (gipoteza tekshirish) kabi turli xil matematik mazmundagi amaliy topshiriq namunalari taklif etildi. Ushbu topshiriqlarning har biri ochiq muammoli vaziyatga, talabalardan matematik model qurishni talab qilishiga va GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha hamda SymPy kabi zamonaviy sun'iy intellekt vositalaridan tahliliy maqsadlarda foydalanishni nazarda tutishiga asoslangan. Metodikaning muhim tarkibiy qismi sifatida analitik kompetensiyalarni baholash tizimi ishlab chiqildi, u to'rtta asosiy kompetensiya - muammoni matematik ifodalash, modelni tahlil qilish, SI vositalaridan foydalanish va xulosa chiqarish - bo'yicha batafsil ko'rsatkichlar va 0 dan 5 ballgacha bo'lgan baholash shkalasini o'z ichiga oladi. Taklif etilayotgan metodikaning oliy ta'lim muassasalarida joriy etilishi quyidagi amaliy tavsiyalarga asoslangan holda amalga oshirilishi lozim. Birinchidan, matematika darslarida GPT-4o, Grok, Wolfram Alpha va SymPy kabi sun'iy intellekt vositalaridan muntazam foydalanish yo'lga qo'yilishi kerak, chunki bu vositalarning imkoniyatlarini o'zlashtirish va ulardan samarali foydalanish talabalarning analitik kompetensiyalarini rivojlantirishning asosiy shartlaridan biridir. Ikkinchidan, har bir matematik mavzu bo'yicha ochiq muammoli topshiriqlar bankini shakllantirish va ularni talabalarning tayyorgarlik darajasiga mos ravishda farqlash talab etiladi, chunki muammoli topshiriqlarning tizimli va muntazam qo'llanilishi talabalarda analitik fikrlash odatini shakllantiradi.

Uchinchidan, analitik kompetensiyalarni baholash uchun yuqorida keltirilgan mezonlar va ko'rsatkichlarni qo'llash, shuningdek baholash natijalarini tizimli ravishda tahlil qilib, metodikani takomillashtirish zarur. Ushbu tavsiyalarning amalga oshirilishi natijasida talabalar nafaqat matematik bilim va ko'nikmalarni, balki murakkab muammolarni tizimli tahlil qilish, matematik modellashtirish va asoslangan xulosalar chiqarish kompetensiyalarini ham egallaydilar. Keyingi tadqiqotlarda taklif etilayotgan metodikaning turli oliy ta'lim muassasalarida va turli matematik mavzular doirasida amaliy sinovdan o'tkazilishi, natijalarning statistik tahlili asosida metodikaning samaradorligi eksperimental tarzda tekshirilishi, shuningdek metodikani masofaviy va aralash ta'lim sharoitlariga moslashtirish masalalari o'rganilishi maqsadga muvofiqdir.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Polya G. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. - Princeton: Princeton University Press, 1945. - 280 p. [1. B.56]
2. Dewey J. How We Think. - Boston: D.C. Heath & Co, 1910. - 224 p. [2. B.34]
3. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti. Oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida: PF-5847-son Farmon. - Toshkent, 2019. [3. B.6]
4. Blum W., Niss M. Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction // Educational Studies in Mathematics. - 1991. - Vol. 22, No. 1. - P. 37-68. [4. B.45]
5. OECD. Artificial Intelligence and the Future of Skills: Volume 1, Capabilities and Assessments. - Paris: OECD Publishing, 2021. - 180 p. [5. B.78]
6. Wolfram S. An Elementary Introduction to the Wolfram Language. - Champaign: Wolfram Media, 2017. - 324 p. [6. B.23]
7. OpenAI. GPT-4 Technical Report // arXiv preprint. - 2023. - arXiv:2303.08774. [7. B.12]