

ANIQ INTEGRAL YORDAMIDA EGRI CHIZIQLAR BILAN CHEGARALANGAN  
SOHALAR YUZALARINING TENGLIGINI O'RGANISHDA RAQAMLI  
TEKNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH

*Abdiyeva Shoirra Shukurovna*

*Cyber universiteti o'qituvchisi*

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.19828236>

*Annotatsiya:* Mazkur ishda maktab matematika fanida aniq integralning egri chiziqlar bilan chegaralangan sohalarning yuzalarning tengligi masalasiga e'tibor qaratilgan bo'lib, xususan kvadrat funksiya va  $Ox$  o'qi bilan chegaralangan sohalarning yuzalarini turli usullarda ifodalash va ularning tengligini ko'rsatish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Tadqiqotda yuzaga doir masalalarni tuzishda va yechishda raqamli texnologiyalardan foydalanish masalasi yoritilgan. Masalalarni tuzishda va yechishda ChatGPT-5.3 sun'iy intellekt modeli masalalarni generatsiya qilish hamda GeoGebra dasturi orqali grafik tasvirlar yaratishning didaktik ahamiyati ochib berilgan.

*Kalit so'zlar:* aniq integral, egri chiziqli soha, kvadrat funksiya, GeoGebra, ChatGPT, masala generatsiyasi.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ  
РАВЕНСТВА ПЛОЩАДЕЙ ОБЛАСТЕЙ, ОГРАНИЧЕННЫХ КРИВЫМИ, С  
ПОМОЩЬЮ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

*Аннотация:* В данной работе уделяется внимание задаче равенства площадей областей, ограниченных кривыми, в рамках изучения определённого интеграла в школьном курсе математики. В частности, анализируются возможности представления площадей областей, ограниченных квадратичной функцией и осью  $Ox$ , различными способами, а также демонстрируется их равенство. В исследовании также рассматриваются вопросы использования цифровых технологий при составлении и решении задач, связанных с площадями. Раскрывается дидактическая значимость генерации задач с использованием модели искусственного интеллекта ChatGPT-5.3, а также создания графических изображений с помощью программы GeoGebra.

*Ключевые слова:* Определённый интеграл, криволинейная область, квадратичная функция, GeoGebra, ChatGPT, генерация задач.

## USING DIGITAL TECHNOLOGIES TO STUDY THE EQUALITY OF REGIONS BOUNDED BY CURVES THROUGH DEFINITE INTEGRALS

*Annotation:* This paper focuses on the problem of the equality of areas of regions bounded by curves within the study of definite integrals in school mathematics. In particular, it analyzes various ways of representing the areas of regions bounded by a quadratic function and the  $x$ -axis, as well as demonstrates their equality. The research also addresses the use of digital technologies in the formulation and solution of area-related problems. The didactic significance of problem generation using the ChatGPT-5.3 artificial intelligence model, as well as the construction of graphical representations using GeoGebra software, is highlighted.

*Keywords:* Definite integral, curvilinear region, quadratic function, GeoGebra, ChatGPT, problem generation.

**Kirish.** Ma'lumki, maktab geometriya kursida [4] yassi ko'pburchaklar va ularning yuzalari tengligi masalasi, xususan bir xil asos va balandliklarga ega uchburchaklar va parallelogramning yuzalari tengligi o'rganiladi. 11 -sinf maktab matematika kursida [3] aniq integralning shaklining yuzini topishga tatbiqlari o'rgatiladi. Xususan, kvadrat funksiya va  $Ox$  o'qi, kvadrat funksiya va to'g'ri chiziq hamda ikkita kvadrat funksiya bilan chegaralangan shaklning yuzini topishga doir masalalar o'rganiladi. Biroq bunday masalalardan foydalanishda egri chiziqlar bilan chegaralangan yuzalarning tengligi masalasiga yetarli e'tibor qaratilmagan. Shuningdek, bunday masalalarni tuzishda va yechishda ChatGPT-5.3 imkoniyatlaridan foydalanish masalasi yetarlicha o'rganilmagan. Shu bilan birga, aniq integralning yuzani topishga tatbiqlarida masalaning yechish qismida funksiya grafigidan foydalaniladi. Shu sababli masalada qidirilayotgan shaklning yuzi tasvirlanadi. Bunda Geogebra dasturi imkoniyatlari ko'rsatilgan.

C. Arslan va H. K. Guler Selekler [2] fikricha, zamonaviy matematika ta'limida o'quvchilarni o'qitishning asosiy talablaridan biri ChatGPT-5.2 va GeoGebra kabi raqamli vositalardan foydalanishdir. Oldingi tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, ChatGPT turli sohalarda yuqori ravonlik va moslashuvchanlik bilan matematik muammolarni yaratishi mumkin, ammo ba'zan ko'rsatmalardan chetga chiqadi, kontentni takrorlaydi va muammolarni konseptual tasniflashda qiynalmoqda. Bundan

tashqari, uning vizual yoki geometrik tasvirlarni yarata olmasligi tashqi tekshiruvsiz vazifalarni shakllantirishda cheklovlar mavjudligini ko'rsatadi. Y. Wardat va boshqalar [6] ChatGPT matematik amallarni bajarish, algebraik ifodalarni o'zgartirish va murakkab hisoblash masalalarini oson yechish uchun ajoyib qobiliyatga ega ekanligini aniqladilar.

Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, ChatGPT o'qituvchilar uchun darslarni rejalashtirish, topshiriqlarni tuzish va tushuntirishda yordamchi vosita bo'lishi mumkin. Biroq, u ba'zan matnga noto'g'ri yoki nomuvofiq javob berishi mumkin, shuning uchun o'qituvchining nazorati muhim bo'lib qoladi [5].

Quyida kvadrat funksiya grafigi  $Ox$  o'qi bilan chegaralangan shaklning yuzini topishga doir masala keltirilgan hamda masala shartidagi shaklning yuziga teng yuzani hosil qilishda masala shartida berilgan kvadrat funksiyaning kvadrat funksiya va  $y = kx + l$  to'g'ri chiziq, ikkita kvadrat funksiyaning kesishishi shaklida yozib, berilgan shaklning yuziga teng bo'lgan egri chizikli sohalarni tasvirlash mumkin.

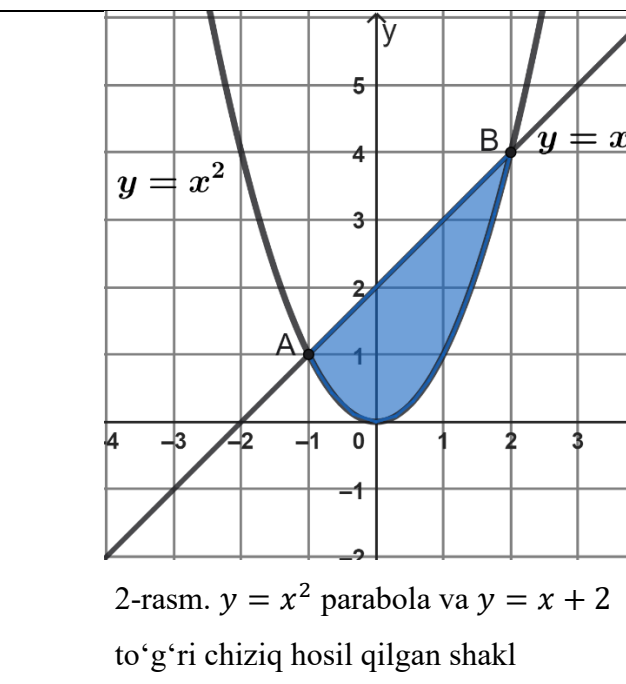
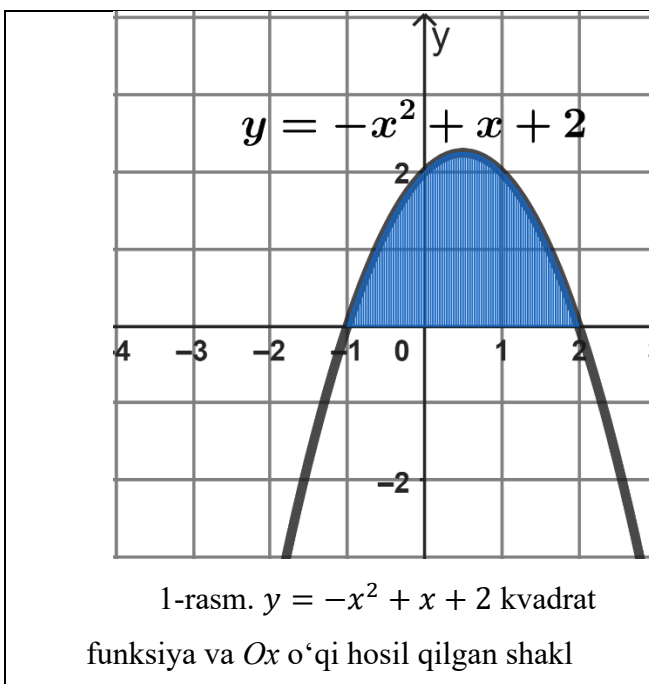
**1-masala.**  $y = -x^2 + x + 2$  parabola va  $Ox$  o'qi bilan chegaralangan shaklning yuzini toping.

**Yechish.** Masalani yechish uchun shartda berilgan parabolani chizib (1-rasm), uning  $Ox$  o'qi bilan kesishish nuqtalari topiladi va aniq integrali hisoblanadi:

$$S = \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (kv.birlik).}$$

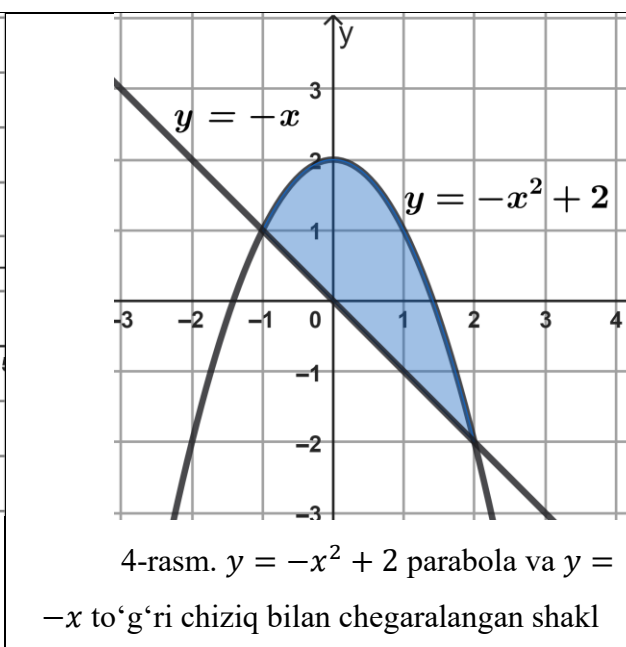
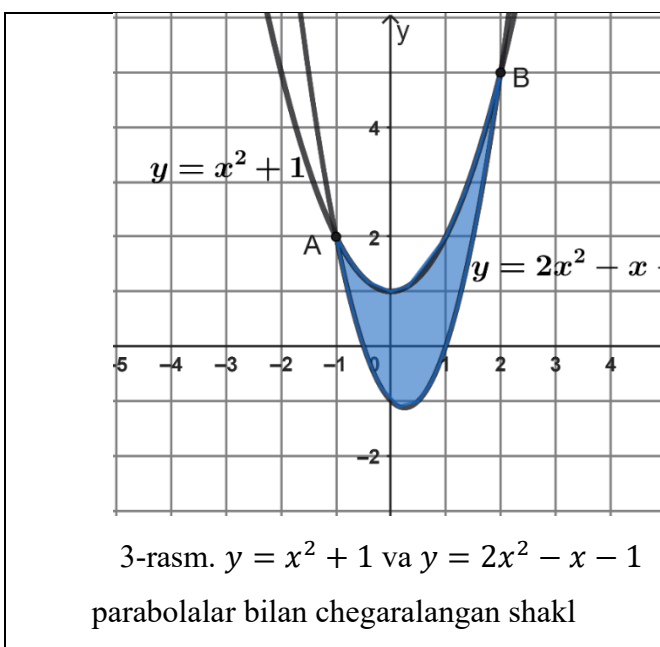
Masala shartida berilgan  $y = -x^2 + x + 2$  kvadrat funksiyaning ikkita funksiyaning ayirmasi  $y = f(x) - g(x)$  shaklida ham tasvirlash mumkin:

1) Masala shartida berilgan  $y = -x^2 + x + 2$  kvadrat funksiya va  $Ox$  o'qi hosil qilgan shaklni  $f(x) = x + 2$  to'g'ri chiziq va  $g(x) = x^2$  parabolaning kesishmasi shaklida ham tasvirlash mumkin ya'ni  $y = (x + 2) - x^2$  (2-rasm).



2) Berilgan  $y = -x^2 + x + 2$  parabola va  $Ox$  o'qi hosil qilgan shaklning yuzini  $f(x) = x^2 + 1$  va  $g(x) = 2x^2 - x - 1$  parabolalarning kesishishi shaklida ham tasvirlash mumkin ya'ni  $y = f(x) - g(x) = (x^2 + 1) - (2x^2 - x - 1)$  (3-rasm).

3)  $f(x) = -x^2 + 2$  va  $g(x) = -x$  funksiyalarning ayirmasi shaklida ham tasvirlash mumkin (4-rasm).



Yuqorida qaralgan holatlarga o'xshash holatlarni masala shaklida tuzish mumkin. Tasvirlangan egri chiziqli sohalarning yuzalari teng ekanligidan aytilish mumkinki, yuzalarning tengligini nafaqat yassi ko'pburchaklarda, balki egri chiziqli sohalarda ham ko'rsatish mumkin ekan.

Mazkur tadqiqotda matematik masalalarni generatsiya qilishda ChatGPT-5.3 imkoniyatlaridan foydalanildi. Bunda maxsus ishlab chiqilgan prompt orqali amalga oshirildi yuqorida berilgan masalaning 3 strukturasi asosida yangi masalalar tuzishga yo'naltirildi.

**Masala:**  $y = -x^2 + 3x + 4$  parabola va  $Ox$  o'qi bilan chegaralangan shakl yuzini toping.

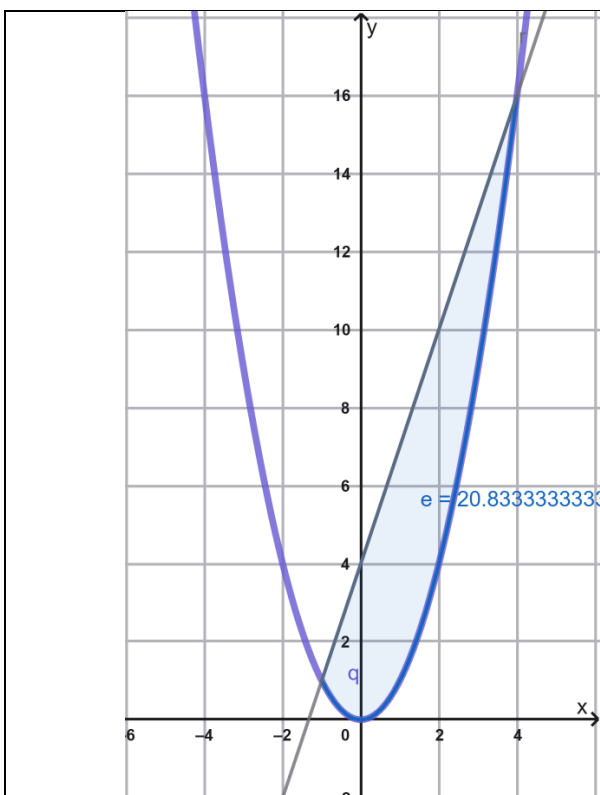
**1-usul:**  $y = (3x + 4) - x^2$ , bunda  $f(x) = 3x + 4$ ,  $g(x) = x^2$ .

**2-usul:**  $y = (x^2 + 2) - (2x^2 - 3x - 2)$ , bunda  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $g(x) = 2x^2 - 3x - 2$ .

5-rasm. ChatGPT-5.3 tomonidan tuzilgan masala

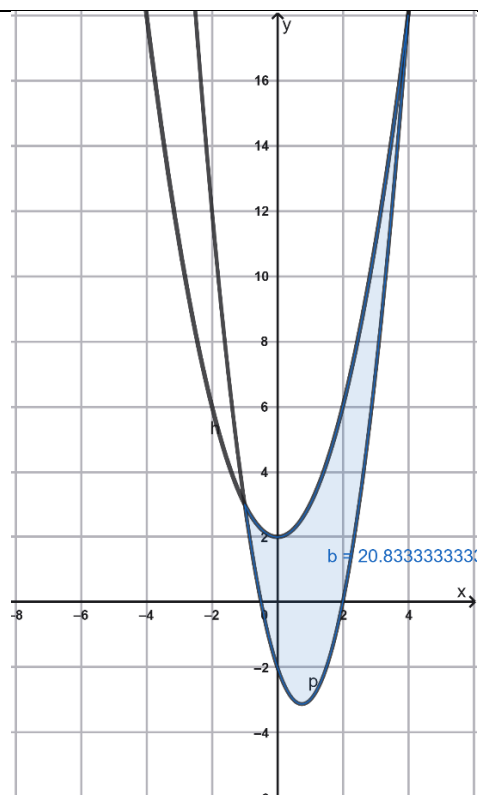
ChatGPT-5.3. Prompt: Berilgan matematik masalani tahlil qil va uning strukturasi asosida yangi, o'xshash masala tuz.

ChatGPT-5.3 funksiya grafigining tasvirini yaratishda bir qator cheklovlarga ega. Shu sababli funksiya grafiklari yordamida shaklning tasvirini hosil qilishda Geogebra dasturidan foydalanish masalada qaralayotgan sohaning tasvirini yaratishda keng imkoniyatlarga ega. Aniq integralning shakllarning yuzini topishga doir masalalarini yechishda shaklning tasvirini chizish muhim ahamiyatga ega va bunda Geogebra dasturi imkoniyatlaridan, xususan shakllarning tasvirini hosil qilishda  $\text{Integral}(f(x),g(x),x_1,x_2)$  buyrug'idan foydalanish mumkin. Yuqorida ChatGPT-5.3 yordamida tuzilgan masalalarni (5-rasm) 1- va 2-usullarda berilgan funksiya grafiklari hosil qilgan shakllar quyida tasvirlangan (6-7-rasmlar).



6-rasm. Geogebra muhitida

Integral  $(-x^2 + 4, -3x, -1, 4)$   
buyrug'i yordamida sohaning tasviri



7-rasm. Geogebra muhitida

Integral  $(x^2 + 2, 2x^2 - 3x - 2, -1, 4)$   
4) buyrug'i yordamida sohaning tasviri

CahtGPT-5.3 aniq integralning yuzani topishga doir masalalarini yechishda analitik va sonli ifodalar bilan ishlay oladi va qaralayotgan shaklning yuzini topa oladi.

## 2-usul

$$y = (x^2 + 2) - (2x^2 - 3x - 2)$$

Kesishish nuqtalari:  $x = -1$ ,  $x = 4$

Yuza:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^4 [(x^2 + 2) - (2x^2 - 3x - 2)] dx \\ &= \int_{-1}^4 (-x^2 + 3x + 4) dx = \frac{125}{6} \end{aligned}$$

## Xulosa

Har ikkala usulda ham bir xil integral hosil bo'ladi, shuning uchun:

$$S = \frac{125}{6}$$

8-rasm. ChatGPT-5.3 tomonidan tuzilgan va grafik tasviri 7-rasmda berilgan masalaning yechimi

Tadqiqot natijasida ko'ra, ChatGPT-5.3 yordamida aniq integralning shakllarning yuzasini topishga doir masalalarni tuzish va analitik yechimini olish mumkin, biroq funksiya grafiklarini chizishda masshtabni to'g'ri ololmaslik va funksiya grafigini chizishda cheklovlarga ega.

Aniq integral yordamida kvadrat funksiya va  $Ox$  o'qi bilan chegaralangan shaklning yuzi kvadrat funksiya va  $y = kx + l$  to'g'ri chiziq va kvadrat funksiyalar bilan chegaralangan egri chizikli shakllarning yuziga teng ekanligini ham shakllarning tasvirini yaratish bilan birga analitik hisoblash ishlarini bajarishni taqozo etadi. Aniq integral yordamida yuzalarni topishga doir masalalarni tuzishda va masaladagi shaklning yuzini tasvirlashda raqamli texnologiyalardan samarali foydalanish o'qituvchi va o'quvchi faoliyatida vaqtdan unumli foydalanish, tasvirning rangli va sifatli bo'lishiga olib keladi. Xususan, ChatGPT-5.3 yordamida masalalar tuzish va GeoGebra orqali ularni vizuallashtirish o'quvchilarning mavzuni chuqurroq tushunishiga xizmat qiladi. Egri chizikli sohalar yuzalarining tengligini turli ko'rinishlarda ifodalash esa matematik tafakkurni kengaytiradi va ijodiy yondashuvni rivojlantiradi. Shu asosda, zamonaviy texnologiyalarni matematik ta'limga integratsiya qilish dolzarb va istiqbolli yo'nalish ekanligi xulosa qilindi.

## Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Abdiyeva Sh. Aniq integralning tatbiqlariga oid tatbiqiy masalalar tizimi haqida. “Matematika va uni o‘qitishning zamonaviy masalalari: yondashuv va yechimlar” mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallar to‘plami (Qo‘qon DPI 2025-yil 25-26-aprel) – T.: Science and Innovation, 2025, 32-37 b. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15333393>.
2. Arslan C., Guler Selek H. K. Artificial intelligence in mathematics education: ChatGPT’s capabilities and limitations in problem posing. International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST), Vol. 13, No. 5, pp. 1189-1205, 2025. <https://doi.org/10.46328/ijemst.5712>  
<https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.103837>
3. Mirzaahmedov M.A., Ismailov Sh.N., Amanov A.Q., Xaydarov B.Q. Matematika. Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 11-sinflari va o‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limi muassasalari uchun darslik. 1-qism. Toshkent.: “Zamin nashr” MChJ, 2018.-192 b.
4. Rahimqoriyev A.A., Toxtaxodjayev M.A. Geometriya. Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik. Toshkent: O‘zbekiston, 2019. – 160 b.
5. Salih S., Husain O., Hamdan M., Abdelsalam S., Elshafie H., & Motwakel A. Transforming education with AI: A systematic review of ChatGPT’s role in learning, academic practices, and institutional adoption. Results in Engineering, 25, Article 103837. 2025.
6. Wardat Y., Tashtoush M. A., AlAli R., Jarrah A. M. ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, Vol. 19, No. 7, 2023. em2286. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13272>