

**NP-QIYIN KOMBINATORIK MASALALARNI YECHISHDA SUN'YI NEYRON
TARMOQLARINI (GNN VA GCN) QO'LLASH USULLARI**

Boltibayev Shuxratjon Komiljanovich

Namangan davlat universiteti dotsenti

Email: sh.boltibayev@gmail.com

Rahimov Boburjon Ma'rufjon o'g'li

Toshkent Kimyo Xalqaro Universiteti Namangan filiali magistranti

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.20215246>

***Annotatsiya:** Ushbu maqolada logistika va amaliy matematikaning murakkab masalalaridan bo'lgan "Eng katta mustaqil to'plam" (Maximum Independent Set) va "Grafni bo'yash" (Graph Coloring) kabi NP-qiyin masalalarni yechishda mashinali o'rganish usullari tahlil qilinadi. An'anaviy algoritmlar o'rniga Graflar neyron tarmoqlari (GNN) hamda Graflar konvolyutsion tarmoqlari (GCN) arxitekturalarini qo'llash orqali masalalarning yechim tezligini oshirish maqsad qilingan.*

***Kalit so'zlar:** Graflar neyron tarmoqlari (GNN), Graflar konvolyutsion tarmoqlari (GCN), NP-qiyin masalalar, kombinatorik optimallashtirish, eng katta mustaqil to'plam, grafni bo'yash, xabarlar uzatish (message-passing).*

**МЕТОДЫ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ (GNN И
GCN) В РЕШЕНИИ NP-ТРУДНЫХ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ**

Болтибаев Шухратжон Комилжанович

Доцент, Наманганский государственный университет

Рахимов Бобуржон Маъруфжон огли

Магистрант Наманганского филиала Международного университета Кимё в Ташкенте

***Аннотация:** В данной статье анализируются методы машинного обучения для решения таких NP-трудных задач, как «Максимальное независимое множество» (Maximum Independent Set) и «Раскраска графа» (Graph Coloring), которые являются сложными задачами логистики и прикладной математики. Целью работы является повышение скорости*

решения задач путем применения архитектур графовых нейронных сетей (GNN) и графовых сверточных сетей (GCN) взамен традиционных алгоритмов.

Ключевые слова: графовые нейронные сети (GNN), графовые сверточные сети (GCN), NP-трудные задачи, комбинаторная оптимизация, максимальное независимое множество, раскраска графа, передача сообщений (message-passing).

METHODS FOR APPLYING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS (GNN AND GCN) TO SOLVING NP-HARD COMBINATORIAL PROBLEMS

Boltibayev Shuhratjon Komiljanovich

Associate Professor, Namangan State University

Rahimov Boburjon Ma'rufjon o'g'li

Master's student, Namangan branch of Kimyo international university in Tashkent

Abstract: This paper analyzes machine learning methods for solving NP-hard problems such as Maximum Independent Set (MIS) and Graph Coloring, which are challenging problems in logistics and applied mathematics. The goal of the paper is to improve the speed of problem solving by applying graph neural network (GNN) and graph convolutional network (GCN) architectures to replace traditional algorithms.

Keywords: graph neural networks (GNN), graph convolutional networks (GCN), NP-hard problems, combinatorial optimization, maximum independent set, graph coloring, message passing.

Kombinatorik optimallashtirish masalalari logistika, ta'minot zanjiri va aloqa tarmoqlarini rejalashtirishda juda tez-tez uchraydi. Biroq, amaliyotda uchraydigan bu kabi masalalar NP-qiyin sinfiga kiradi, ya'ni hozirgi kunga qadar ular uchun polinom vaqt (polynomial time) kafolatlangan aniq hisoblash algoritmi topilmagan [1]. Graflardagi ma'lumotlar hajmi ortib borgani sari, an'anaviy aniq algoritmlarning hisoblash vaqti eksponentsial ravishda oshib ketadi [2]. Bunga muqobil yechim sifatida sun'iy intellekt va mashinali o'rganish, xususan, Graflar neyron tarmoqlari (GNN) usullaridan foydalanish dolzarb hisoblanadi [3]. Garchi neyron tarmoqlari beradigan yechimlar 100% aniq bo'lmasa-da, o'ta yuqori hisoblash tezligi evaziga amaliyot uchun maqbul bo'lgan suboptimal yechimlarni juda qisqa vaqtda taqdim eta oladi [4]. Tadqiqot doirasida neyron tarmoqlar vositasida yechish uchun ikkita asosiy masalaga e'tibor qaratilgan: Eng katta mustaqil to'plamni topish masalasi

(Maximum Independent Set): Grafning mustaqil to'plami shunday tugunlar guruhiki, ularning hech qaysi ikkitasi o'zaro qirra bilan tutashmagan bo'ladi. Masalaning maqsadi — berilgan G grafdan eng ko'p tugunlarni o'z ichiga olgan shunday eng katta mustaqil to'plamni topishdir [5]. Bu masala resurslarni taqsimlash va jadval tuzish masalalarida fundamental ahamiyatga ega. Grafni (tugunlarni) bo'yash masalasi (Graph Coloring): G grafning har bir tuguniga shunday rang berish kerakki, o'zaro umumiy qirraga ega bo'lgan (qo'shni) ixtiyoriy ikkita tugun har xil rangda bo'lsin [6]. Maqsad eng kam miqdordagi ranglardan (xromatik son, $\chi(G)$) foydalangan holda to'g'ri bo'yashni amalga oshirish hisoblanadi. Zamonaviy tadqiqotlar ushbu masalani Graph Convolutional Networks (GCN) yordamida yechish algoritmlarining samaradorligini isbotlamoqda [7, 8]. Graflar asosan noyevklid fazoga mansub bo'lganligi sababli, odatiy tasvirlarni tanuvchi standart Konvolyutsion neyron tarmoqlarini (CNN) ularga to'g'ridan-to'g'ri tatbiq etib bo'lmaydi. Shu sababli, algoritmlar markaziga ixtisoslashgan GNN (Graflar neyron tarmoqlari) va GCN (Graflar konvolyutsion tarmoqlari) modellarining arxitekturasi olingan. Modelning ishlash yadrosi "Xabarlar uzatish" (message-passing) mexanizmiga asoslanadi. Bu mexanizmida har bir tugun o'ziga qo'shni bo'lgan tugunlardan ma'lumotlarni yig'adi (agregatsiya) va shu asosida o'zining joriy holatini yangilaydi. Hisoblash jarayonini yengillashtirish va vaqtni tejash uchun tizim Encoder-Decoder (Enkoder-Dekoder) arxitekturasi bilan o'ralgan. Dastlab, katta o'lchamli kiruvchi graf "Encoder" yordamida kichik vektorli fazoga o'tkaziladi, so'ngra asosiy blokda (GraphNetwork, MPNN, CommNet, GraphSAGE kabi modellar) bir necha "message-passing" qadamlari bajariladi va yakunda "Decoder" yordamida tugunlarning sinflarga (ranglarga yoki to'plamga kirish-kirmasligiga) mansublik ehtimolligi bashorat qilinadi.

GNN va GCN modellarining turli xil modifikatsiyalari (GraphNetwork, MPNN, CommNet, Deep Sets, GraphSAGE va boshqalar) kompyuter simulyatsiyalarida o'qitilib, ularning xatoliklari tahlil qilindi. Tajribalar "xabarlar uzatish" qadamlari sonini 1, 5, 10 va 15 martagacha oshirib borish orqali amalga oshirildi. Tahlil natijalari quyidagilarni ko'rsatdi:

- "Xabarlar uzatish" qadamlari ta'siri: Qadamlar soni qanchalik oshsa, modellarning masalani yechish aniqligi shunchalik o'sib borishi tajribada isbotlandi.
- Qirralarni hisobga olishning o'rni: Qirralarni mutlaqo inobatga olmaydigan, tugunlarni mustaqil obyekt sifatida qabul qiluvchi modellar (Deep Sets va GraphIndependent) 0% aniqlik

ko'rsatdi. Bu kombinatorik masalalarda tugunlararo relyatsion bog'liqliklar hal qiluvchi rol o'ynashini tasdiqlaydi.

- Mustaqil to'plam masalasida: GNN sinfidagi CommNet modeli eng yaxshi natijani qayd etdi va masalani yechishda 30-40% gacha aniqlikka erishdi. MPNN (28-33%) va GraphNetwork (20-33%) modellarida natijalar biroz pastroq bo'ldi. GCN modellaridan esa faqat GraphSAGE (10-15%) ijobiy o'rganish qobiliyatini namoyon etdi.

- Grafni bo'yash masalasida: Ushbu masala eng katta mustaqil to'plam masalasidan ham ko'ra ancha murakkab ekanligi namoyon bo'ldi. Dastlabki o'qitishlarda faqatgina CommNet (3-4%) va MPNN (1-2%) modellarigina minimal muvaffaqiyatga erishdi. Bu masalani yechish uchun ancha kattaroq o'lchamli qatlamlarga ega bo'lgan, murakkabroq neyron tarmoqlaridan foydalanish lozimligi xulosa qilindi.

GNN (xususan, CommNet) modellarini NP-qiyin graflar nazariyasi masalalariga qo'llash orqali mutlaq aniq bo'lmasa-da, juda katta tezlikda pramatik jihatdan foydali bo'lgan qoniqarli (30-40% gacha aniq) yechimlar olish mumkin. Chuqur o'rganish texnologiyalarining bu kabi kombinatorik masalalarga tatbiq qilinishi logistika, marshrutizatsiya va jadval tuzish sohalarida o'zining muqobil va tezkor yechimlarini taqdim etishi shubhasizdir.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Garey M. R., Johnson D. S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. – San Francisco : W. H. Freeman & Co, 1979. – 340 p.
2. Wolsey L. A., Nemhauser G. L. Integer and Combinatorial Optimization. – New York : Wiley-Interscience, 1999. – 784 p.
3. Wu Z., Pan S., Chen F. [et al.] A comprehensive survey on graph neural networks // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. – 2020. – Vol. 32, No. 1. – P. 4–24.
4. Bengio Y., Lodi A., Prouvost A. Machine learning for combinatorial optimization: a methodological tour d'horizon // European Journal of Operational Research. – 2021. – Vol. 290, No. 2. – P. 405–421.
5. Li Z., Chen Q., Koltun V. Combinatorial optimization with graph convolutional networks and guided tree search // Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS). – 2018. – Vol. 31. – P. 539–548.



6. Lewis R. A Guide to Graph Colouring: Algorithms and Applications. – Cham : Springer Nature, 2021. – 282 p.
7. Kipf T. N., Welling M. Semi-supervised classification with graph convolutional networks // International Conference on Learning Representations (ICLR). – 2017. – 15 p.
8. Lemos H., Rossi R. A., Matrosova A. [et al.] Graph colouring with graph neural networks // arXiv preprint arXiv:2002.04692. – 2020. – 12 p.